Takrorlanadigan va takrorlanmaydigan o’rinlashtirishlar va o’rin almashtirishlar. Takrorlanmaydigan gruppalar.Chekli to’plamlarning to’plam ostilari soni.

Reja:

1. **Takrorlanadigan va takrorlanmaydigan o’rinlashtirishlar va o’rin almashtirishlar.**
2. **Takrorlanmaydigan gruppalar.**
3. **Chekli to’plamlarning to’plam ostilari soni.**

Takrorlanmaydigan o’rin almashtirishlar. Agar chekli X to‘plamning elementlari qandaydir yo‘l bilan raqamlangan bo‘lsa, uni tartiblangan to‘plam deymiz: X={ x_1, x_2,...,x_n }. Kortej tushunchasidan farqli o‘laroq tartiblangan to‘plam elemetlari orasida o‘zaro tenglari bo‘lmaydi.
Masalan, (2,3,2,4,5) kortej tartiblangan to‘plam emas, (2,3,4,5) esa tartiblangan to‘plam bo‘ladi. Bitta to‘plamni turlicha tartiblash mumkin. m elementli X to‘plamni necha xil usul bilan tartiblash mumkin degan masalani qaraymiz.
Har bir tartiblash quyidagicha amalga oshiriladi. To‘plamning qaysi bir elementini 1-nomer bilan, qaysi birini 2-nomer bilan va hokazo qaysi bir elementini m nomer bilan belgilaymiz. Agar birinchi element tanlangan bo‘lsa, ikkinchi elementni tanlash (m–1) ta elementning ichidan olinadi. Demak, birinchi element m usul bilan, ikkinchisi esa (m–1) usul bilan tanlanadi. Uchinchi element (m–2) usul bilan va hokazo oxirgi element m-o‘rinni egallaydi. Masalan, {5,6,7} elementli to‘plam quyidagicha tartiblanadi 567, 657, 756 – birinchi element 3 usul bilan olindi. 657, 756 – ikkinchi element 2 usul bilan tanlandi. Oxirgi tartiblash 765 bo‘ladi.
Umumiy holda ko‘paytirish qoidasiga asosan tartiblash usulining umumiy soni $\boldsymbol{P_m=m(m-1)...1=m!}$ ga teng bo‘ladi. Bunday tartiblash m elementdan *takrorlanmaydigan o‘rin almashtirish* deyiladi. Bunda har bir tartiblangan to‘plamning elementlari turlicha bo‘ladi.
Takrorsiz o‘rinlashtirishlar. Endi m elementli X to‘plam elementlaridan nechta k elementli tartiblangan to‘plamlar tuzish mumkin degan masalani qaraymiz.
Bu masalaning yuqoridagi masaladan farqi shundaki, bu yerda k elementli tartiblangan to‘plamni tuzish k ta elementni olish bilan tugallanadi. Bunday tartiblangan to‘plamlarning sonini topish uchun k ta m, m–1, m–2, …, m–k+1 sonlarni ko‘paytirish yetarli (chunki {m, m–1, m–2,...,m–k+1} to‘plamda k ta element mavjud).
Shunday qilib, X to‘plamdagi k elementli tartiblangan to‘plamlar soni A_m^n =($m(m$–1)(m–2)...(m–k+1) ga teng bo‘ladi. Bunday tartiblangan to‘plamlarni m elementdan k tadan *takrorlanmaydigan o‘rinlashtirishlar* deyiladi.
A_m^n ning ifodasini $1\cdot 2\cdot ... (m-k)$ ga ko‘paytirib va bo‘lib, uning ko‘rinishini o‘zgartirish mumkin.

$$A_m^k = \frac{m(m-1)(m-2)\dots(m-k+1)(\mathrm{m}-\mathrm{k})\dots.2\cdot 1}{1\cdot 2\cdot \dots (m-k)} = \frac{m!}{(m-k)!}$$

Bunda$A_m^m = P_m$ =m! bo‘ladi, bu yerda 0!=1 deb olinadi.

Takrorlanuvchi o‘rinlashtirishlar. Bu yerda quyidagi masala qaraladi: *m* elementli *X* to‘plamdan nechta uzunligi *k* ga teng bo‘lgan kortejlar tuzish mumkin. Bu masalani hal qilish uchun $X\times X\times X\times \dots .\times X$ dan iborat *k* ta ko‘paytuvchiga ega bo‘lgan Dekart ko‘paytmadagi kortejlar sonini topish yetarli. Bunda

$$n(X\times X\times X\times \dots .\times X) = n(X)n(X)\dots\dots n(X) = m\cdot m\cdot \dots\dots m = m^k = A_m^k$$

Demak, *m* elementli *X* to‘plamdan tuzilgan uzunligi *k* ga teng bo‘lgan kortejlar soni $A_m^k = m^k$ ga teng.

m elementli *X* to‘plam elementlaridan tuzilgan uzunligi *k* ga teng bo‘lgan kortej, *m* elementdan *k* tadan tuzilgan *takrorlanadigan o‘rinlashtirish* deyiladi.

3-misol. *X*={a,b.c} uch elementli to‘plam elementlaridan uzunligi 2 ga teng bo‘lgan nechta kortej tuzish mumkin?
Yechish. Ular quyidagilardan iborat:

(a, a), (a, b), (a, c)
(b, a), (b, b), (b, c)
(c, a), (c, b), (c, c)

Ularning soni $A_3^2 = 3^2 = 9$ ta bo‘ladi.

4-misol. Agar sonning yozuvida raqamlarning takrorlanishi mumkin bo‘lsa, 1, 2, 3 raqamlardan foydalanib nechta 3 xonali son tuzish mumkin?
Yechish. Uch xonali sonlarning yozuvidagi har bir o‘ringa berilgan uchta raqamdan istalgan birini qo‘yish mumkin, ya’ni 1-raqamning tanlash usuli 3 ta, 2-raqamning tanlash usuli 3 ta, 3-raqamning tanlash usuli ham 3 ta. Demak, bu holda ta uch xonali son tuzish mumkin. $3^3 = 27$

Takrorlanmaydigan gruppalashlar. Endi biz kombinatorikaning quyidagi masalasini qaraymiz: *m* elementli *X* elementlaridan nechta har biri *k* elementli qism to‘plamlar tuzish mumkin? Bunday qism to‘plamlar *m* elementdan *k* tadan takrorlanmaydigan *guruhlashlar* deyiladi. Ularning soni C_m^k bilan belgilanadi. Ko‘rsatish mumkinki,

$$C_m^k = \frac{m!}{(m-k)!\,k!}$$

bo’ladi.

5-misol. 12 kishilik guruhdan nechta 5 kishilik (ishchilar) delegatsiya tuzish mumkin.

$$C_{12}^{5} = \frac{12!}{7!5!} = \frac{8 \cdot 9 \cdot 10 \cdot 11 \cdot 12}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} = 792$$

Chekli to‘p lamning qism to‘plamlari soni. Chekli to‘plamlarning qism to‘plamlari soni. Umumiy holda chekli m elementli X to‘plamning barcha qism to‘plamlari sonini topish masalasini qaraymiz. Uni hal qilish uchun istalgan tarzda X to‘plamni tartiblaymiz. So‘ng har bir qism to‘plamni m o‘rinli kortej sifatida shifrlaymiz: qism to‘plamga kirgan element o‘rniga 1, kirmagan element o‘rniga 10 yozamiz. Shunda qism to‘plamlar soni 2 ta 50,1 elementdan tuzilgan barcha m o‘rinli kortejlar soniga teng bo‘ladi.

$A_2^k = 2^m$ Masalan, 2 element to‘plam ostilari soni $2^2 = 4,$ 3 elementli to‘plamning to‘p lam ostilari soni, $2^3 = 8,$ ga teng

Savol va topshiriqlar

1. Fizika ma’ruzasiga 20 ta, astronomiya ma’ruzasiga 30 ta talaba qatnashdi. Fizika yoki astronomiya ma’ruzalariga necha talaba qatnashishini aniqlang, agar: a) ma’ruzalar bir vaqtda o‘tkazilsa; b) turli vaqtlarda o‘tkazilsa va 10 ta talaba har 2 ma’ruzaga qatnashsa.
2. 100 kishidan 85 tasi ingliz, 45 tasi nemis tilini o‘rgandi. Ikkala tilni o‘rganuvchilar soni nechta?
3. 100 kishidan 35 tasi ingliz, 45 tasi nemis tilini o‘rgansa, ikkala tilni o‘rganuvchilar soni nechta bo‘lishi mumkin? Ikkita tildan birortasini ham o‘rganmaydiganlar sonichi?
4. Uydan universitetga 3 yo‘l bilan, universitetdan korxonaga 2 yo‘l bilan borish mumkin bo‘lsa, undan universitet orqali necha xil yo‘l bilan boriladi?
5. 1, 2, 3, 4, 5 sonlaridan nechta ikki xonali son tuzish mumkin? Ularning nechtasida raqamlar takrorlanmaydi?
6. Uchburchak uchlarini lotin alifbosining katta harflari yordamida necha xil usul bilan belgilash mumkin?
7. 6 raqamli telefon raqamlarining nechtasida raqamlar takrorlanmaydi?
8. Savatchadagi 12 ta olmadan 5 tasini necha usul bilan tanlash mumkin?
9. Bir vaqtda 4 bemor shifokor qabuliga necha xil usul bilan navbatga turishi mumkin?
10. 12 ta fizik va 15 ta matematik olimdan 4 tadan kishi konferensiyaga necha xil usul bilan yuborish mumkin?