6-ma’ruza: O‘rinlashtirishlar va o‘rin almashtirishlar.

Ma’ruza mashg‘ulotining rejasi:

1. **Takrorlanadigan o‘rinlashtirishlar**
2. **Takrorlanmaydigan o‘rinlashtirishlar**
3. **Tanlash**
4. **Takrorlanmaydigan o‘rin almashtirishlar.**

Ma’ruza matni

1.Takrorlanadigan o‘rinlashtirishlar.

Masala. *m* elementli *X* to‘plam elementlaridan tuzilgan *k* uzunlikdagi kortejlar sonini toping.

Yechish. *k*o‘rinli kortej $\underbrace{X \times X \times \ldots \times X}_{\text{k marta}}$dekart ko‘paytmaning elementi bo‘lib, tartiblangan *k*-likni (ka-lik deb o‘qiladi) bildiradi. Masalani yechish uchun $X\times X\times \ldots \times X$ dekart ko‘paytma elementlari sonini topish kerak. Bu son $n(X) = m$ bo‘lgani uchun

$n(X\times X\times\ldots\times X)=n(X)\cdot n(X)\cdot\ldots\cdot n(X)=m\cdot m\cdot\ldots\cdot m=m^k$ *ga teng*.

Demak, *m* elementli *X* to‘plam elementlaridan tuzilgan *k* o‘rinli kortejlar soni m^k ga teng ekan. Kombinatorikada bunday kortejlarni *m elementdan k tadan takrorlanadigan o‘rinlashtirishlar* deyiladi. Ularning soni $\overline{A_m^k}$ bilan belgilanadi. *(A* — fransuzcha arrangement so‘zining bosh harfidan olingan bo‘lib, «o‘rnashtirish, joylashtirish ma’nosini bildiradi.) $\overline{A_m^k} = m^k$.

Masala. 6 raqamli barcha telefon nomerlari sonini toping.

Yechish. Telefon nomerlari 0 dan 9 gacha bo‘lgan 10 ta raqamdan tuzilgani uchun 10 elementdan tuzilgan barcha tartiblangan 6o‘rinli kortejlar sonini topamiz:

Javob: $\overline{A_{10}^6} = 10^6 = 1000000$. 6 raqamli telefon nomerlari soni 10^6 ga teng.

2.Takrorlanmaydigan o‘rinlashtirishlar. Umumiyroq masalani ko‘rib chiqaylik: *m* elementli *X* to‘plamdan nechta tartiblangan *k* elementli to‘plamlar tuzish mumkin?

Bu masalaning oldingi masaladan farqi shundaki, tanlash *k* -elementda tugatiladi. Ularning umumiy soni

$$m(m-1)(m-2)\cdot\ldots\cdot(m-k+1)$$

ko‘paytmaga teng. U A_m^k bilan belgilanadi va *m* elementdan *k* tadan *takrorlanmaydigan o‘rinlashtirishlar soni* deb ataladi:

$$A_m^k = m(m-1)\cdot\ldots\cdot(m-k+1) = \frac{m!}{(m-k)!}.$$

Bu yerda $m! = m \times (m-1) \times \ldots \times 2 \times 1$.

Masalan, sinfdagi 20 o‘quvchidan tozalik va davomat uchun javob beruvchi 2 o‘quvchini necha xil usul bilan tanlash mumkin?

$A_{20}^2 = \frac{20!}{18!} = 20\cdot 19 = 380$ (usul bilan).

3. Tanlash

Tasodifiy ta’sirlarning o‘zaro mos kelmaydigan natijalari tanlov nuqtasi deb ataladi. Tanlov nuqtalari deb fazolar tanlovi deb ataladi. A hodisasi Ω fazolar tanlovining to‘plamosti hisoblanadi. A hodisasi agar $A=\Omega$ bo‘lsa aniq bo‘ladi va agar $A=\varnothing$ (ya’ni, A biron–bir elementga ega bo‘lmasa) mumkin bo‘lmagan hodisa hisoblanadi. A hodisasining ehtimolligi $P[A]=n(A)/n(\Omega)$ bo‘ladiki, agar biz Ω aniq va barcha $\omega\in\Omega$ tengligi aniq bo‘lishini ilgari sursak.

a. Tasavvur qiling, 6 ta o‘yin soqqasi uloqtirildi. Barcha 6 ta soqqalarning bir xil raqamni ko‘rsatish ehtimollligi qancha bo‘ladi?

b. Tasavvur qiling, biz har vaqt ob’ektning to‘plamga nisbatan avvalgi to‘plamni amalga oshirishdan avval r ob’ektini n to‘plamidan $a_1,\ldots,a_n$ ob’ektining uzluksizligini tanladik. Bu bizga har bir b_j ba’zi a ni belgilovchi ($b_1,\ldots,b_r$) shaklining tartiblangan tanlovini taqdim etadi. Bizga tartiblangan n^r farqlanuvchi tanlovlar mavjud n ob’ektlar to‘plami o‘rin almashishining r vaqti tanlanishini ko‘rsating.

c. Tasavvur qiling, biz n farqli ob’ektlarining $a_1,\ldots,a_n$ to‘plami tartibini r ob’ektini ob’ektni to‘plamga qaytarishsiz tanladik. Bu bizga har bir b_j o‘ziga xosligini bildiruvchi ($b_1,\ldots,b_r$) tartibli shakl tanlovini taqdim etadi.

d. Biz buni o‘zgartirishsiz tanlov deb ataymiz. n ob’ekti to‘plamida o‘zgarishsiz r marta amalga oshirilgan tanlovni ko‘rsatib bering, bu erda

$$n(n-1)\cdot\ldots\cdot(n-r+1)=\frac{n!}{(n-r)!}$$

Farqli tartiblangan tanlovda bu erda $n!=n\times(n-1)\times\ldots\times2\times1$ bo‘ladi.[1]

4.Takrorlanmaydigan o‘rin almashtirishlar.

1. Agar chekli X to‘plam elementlari biror usul bilan nomerlab chiqilgan bo‘lsa, X to‘plam *tartiblangan* deyiladi.

Masalan, $X=\{x_1, x_2,\ldots,x_m\}$. Bitta to‘plamni turli usullar bilan tartiblash mumkin.

Masalan, sinf o‘quvchilarini yoshiga, bo‘yiga, ogirligiga qarab yoki o‘quvchilar familiyalari bosh harflarini alifbo bo‘yicha tartiblash mumkin.

m elementli X to‘plamni necha xil usul bilan tartiblash mumkin degan savolga javob beraylik.

Tartiblash — bu elementlarni nomerlash demakdir. 1-nomerni m ta elementning istalgan biriga berish mumkin. Shuning uchun

---

[1]Herbert Gintis , Mathematical Literacy for Humanists, p.p 60-61 betlar mazmuni olingan

1-elementni *m* usul bilan, 2-elementni 1-element tanlanib bo‘lgandan so‘ng *m* -1 usul bilan tanlash mumkin va hokazo, oxirgi elementni tanlash uchun faqat bitta usul qoladi, xolos. Tartiblashlarning umumiy soni

$m(m-1)(m-2)\cdot\ldots\cdot 2\cdot 1 = m!$ ga teng.

m! — dastlabki *m* ta natural son ko‘paytmasi *(m faktorial* deb o‘qiladi). Masalan, $5! = 1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5 = 120$, $m! = P_m$ bilan belgilanadi va *takrorlanmaydigan o‘rin almashtirishlar soni* deb ataladi.

O‘rin almashtirishlarni o‘rinlashtirishlarning xususiy xoli deb qarash mumkin $m = n$ bo‘lgan holi.

P belgisi fransuz tilidagi “permutation”, ya’ni “o‘rin almashtirish” so‘zining 1- harfidan olingan

Masala. 8 ta ladyani shaxmat doskasida bir-birini urmaydigan qilib necha usul bilan joylashtirish mumkin?

Yechish. Ladyalar soni 8 ta.

$P_8 = 8! = 40320.$

O‘rin almashtirishlarning ba’zi qiymatlari:

n	$n!$	n	$n!$
0	1	6	720
1	1	7	5040
2	2	8	40320
3	6	9	362880
4	24	10	3628800
5	120		

$0! = 1$ ta’rif bo‘yicha!

1. Ko‘paytma qoidasi bilan yechiladigan kombinatorik masalalardan namuna keltiring.
2. 1 dan 9 gacha bo‘lgan raqamlardan nechta 5 xonali son tuzish mumkin? Masala yechimi kombinatorikaning qaysi formulasi bilan ifodalanadi?
3. $n(A*B) = n(B*A)$ ekanini isbotlang.

Nazorat uchun savollar:

1. Takrorlanadigan o‘rinlashtirishlarga misol keltiring.
2. Takrorlanmaydigan o‘rinlashtirishlarga misol keltiring.
3. Takrorlanmaydigan o‘rin almashtirishlarga misol keltiring..