26-amaliy mashg‘ulot.

Nomanfiy butun sonlar ustida arifmetik amallar bajarishning og‘zaki usullari. Nomanfiy butun sonlar to’plamida bo’linish munosabatining ta’rifi va xossalari

Amaliy mashg‘ulotining rejasi:

1. **Hisoblashning qulay usullari haqida.**
2. **Qo‘shishning qulay usullari.**
3. **Ayirishning qulay usullari.**
4. **Ko‘paytirishga oid hisoblash usullari.**

1. Hisoblashning qulay usullari haqida. Boshlang‘ich matematika kursining asosiy vazifalaridan biri bu o‘quvchilarda puxta va mustahkam hisoblash malakalarini shakllantirishdan iboratdir. Bu borada asosiy e’tibor avvalo hisoblashning og‘zaki usullariga qaratiladi va mumkin bo‘lgan hamma hollarda hisoblashlarni og‘zaki bajarish talab qilinadi. Faqatgina katta sonlar bilan ishlaganda, oraliq natijalarni esda saqlash qiyin bo‘lgan hollardagina yozma hisoblash usullariga murojaat qilish tavsiya etiladi.

Qulay hisoblash usullari natijani oson, ortiqcha murakkab amal bajarmasdan tez topishga imkon beradi. Buning uchun o‘qituvchining o‘zi ham puxta matematik tayyorgarlikka ega bo‘lishi, qulay usullarni qo‘llay olishi va ularning nazariy asoslarini yaxshi bilishi kerak.

Ushbu ma’ruzada hisoblashning ba’zi bir usullari nazariy asoslangan holda beriladi. Arifmetik amallarning asosiy qonun va qoidalari isbotsiz keltiriladi, chunki ularning isbotlari boshlang‘ich matematika kursining nazariy asoslariga oid darsliklarda berilgan.

2. Qo‘shishga oid hisoblash usullari qo‘shishning quyidagi qonunlariga asoslanadi:

1. Qo‘shishning kommutativlik qonuni.

$\forall a, b \in N$ uchun $a + b = b + a$ o‘rinli.

2. Qo‘shishning assotsiativlik qonuni.

$\forall$a, $b, c \in N$ uchun $(a + b) + c = a + (b + c)$.

1-Natija. Qo‘shiluvchilardan biri bir necha birlik orttirilsa yoki kamaytirilsa, yig‘indi ham shunchaga ortadi yoki kamayadi.

$(\forall a_1, a_2, \ldots, a_n, b \in N)\ [(a_1+a_2+\ldots+a_n=S) \Rightarrow ((a_1 \pm b)+a_2+\ldots+a_n=S \pm b)]$.

Isbot. $a_1, a_2, \ldots, a_n, b \in N$ва $a_1 + a_2 + \ldots + a_n = S$.bo‘lsin. Assotsiativlik va kommutativlik qonunlariga ko‘ra: $(a_1 \pm b) + a_2 + \ldots + a_n = a_1 \pm b + a_2 + \ldots + a_n = (a_1 + a_2 + \ldots + a_n) \pm b = S \pm b$.

2-natija. Qo‘shiluvchilardan biri bir necha birlik orttirilsa va ikkinchisi shuncha birlikka kamaytirilsa, yig‘indi o‘zgarmaydi.

$(\forall a_1, a_2, \ldots, a_n, b \in N)[(a_1+a_2+\ldots+a_n=S) \Rightarrow ((a_1 + b) + (a_2 - b) + \ldots + a_n = S)]$.

Bu natijning isboti 1-natija isbotiga o‘xshash bajariladi.

3-natija. Agarqo‘shiluvchilarning har biri bir necha marta orttirilsa yoki kamaytirilsa, yig‘indi ham shuncha marta ortadi yoki kamayadi.

($\forall a_1, a_2, \ldots, a_n$,b∈ N)[($a_1+a_2+\ldots+a_n=S$)⇒($a_1 \cdot b+a_2 \cdot b+\ldots+a_n \cdot b=S\cdot b$) ∧ ($a_1{:}\, b+a_2{:}\, b+\ldots a_n{:}\, b=S{:}\, b$)].

Isbot.$a_1, a_2, \ldots, a_n \in$ Nва$b \in N$ *bo‘lsin. Ko‘paytirishning d*istributivligiga ko‘ra: ($a_1 \cdot b+a_2 \cdot b+\ldots+a_n \cdot b=(a_1+a_2+\ldots+a_n) \cdot b= S\cdot b$ va $a_1{:}\, b+a_2{:}\, b+\ldots a_n{:}\, b = a_1 \cdot \frac{1}{b} + a_2 \cdot \frac{1}{b} +\ldots+ a_n \cdot \frac{1}{b} = (a_1+a_2+\ldots+a_n) \cdot \frac{1}{b} = (a_1+a_2+\ldots+a_n) : b= S{:}b$.

1.1-usul.*Bir yoki bir necha qo‘shiluvchini yaxlitlash.* *Bir (yoki bir necha) qo‘shiluvchini unga yaqin yaxlit son bilan almashtirib, hosil bo‘lgan sonlar yig‘indisi topiladi va undan tegishli to‘ldirma son ayiriladi yoki qo‘shiladi.*

Misol:

a) 173 + 59=(173 + (59+ 1)) - 1 = (173 + 60) - 1=233 - 1 =232;

b) 882+197=(882+(197+3))-3 =(882+200)-3 = 1082-3 = 1 079.

c) 78 + 364 = 364 + 78 = (360 + 80) + 4 - 2 = 440 + 2 = 442.

d) 664 + 243=(660+240)+(4+3)=900+7=907.

1.2-usul. *Xona birliklari bo‘yicha qo‘shish.*

Ko‘p xonali sonlar yig‘indisini mos xona birliklarini qo‘shib topish mumkin.

Masalan:

a) 26 + 17 + 85 + 43 = (20 + 10 + 80 + 40) + (6 + 7 + 5 + 3)= 150 + 21 = 171;

b) 328 + 681 + 237 + 495 = (300 + 600 + 200 + 400) + (20 + 80 + 30 + 90) + (8 + 1 + 7 + 5) = 1 500 + 210 + 21 = 1 000 + (500 + 200) + (10 + 20)+ 1 = 1 600 + 700 + 30+ 1 = 1 731.

1.3-usul. *“Negiz” son atrofida guruhlash*. Bu usul bir-biriga yaqin sonlar yig‘indisini topish talab qilinganda qo‘llanadi.

Masalan: 57 + 54 + 53 + 55 + 54 + 52 + 54 + 50 yig‘indini topish talab etilsin.

Bu sonlarning tstalgan birini “negiz”uchun tanlash mumkin. 54 ni olaylik:

1) Hammasi bo‘lib 8 ta qo‘shiluvchi bo‘lgani uchun 54 ni 8 ga ko‘paytiramiz: 54 · 8 = 432;

2) Qo‘shiluvchilarning 54 dan farqlarini yig‘amiz: 3 + 0 - 1 + 1 + 0 - 2 + 0-4=-3;

3) Natijani 432 ga qo‘shamiz: 432 + (-3) = 432 - 3 = 429.

Negiz son farqlarni jamlash oson bo‘ladigan qilib tanlanadi. Masalan, 50 ni negiz son qilib tanlasak:

1) 50·8 = 400,

2) 7+4+3+5+4+2+4 =(7+3)+(4+4+2)+5+4=29.
3) 400+29 =429.

1.4-usul. ***Umumiy ko'paytuvchini qavsdan tashqariga chiqarish.*** Bir xil songa karrali sonlarni qo'shish uchun umumiy ko'paytuvchini qavsdan tashqaruiga chiqarib, qavs ichidagi sonlar yig'indisi topiladi va natija umumiy ko'paytuvchiga ko'paytiriladi**.**

Masalan. 28 + 20 + 36 + 16 = 4 · (7 + 5 + 9 +4) = 4 · 25 = 100.

3. Ayirish usullari. Ayirish bilan bog'liq hisoblash usullari qo'shish qonunlari va yig'indidan sonni va sondan yig'indini ayirish qoidalariga asoslanadi.

*2.1 - xo*ssa. Agar kamayuvchi bjr necha birlikka orttirilsa yoki kamaytirilsa, ayirma ham shunchaga ortadi yoki kamayadi. $(\forall a_1,a_2,b\in Z)[(a_1-a_2=c)\Rightarrow((a_1\pm b)-a_2=c\pm b)]$.

2.2-xossa. Agar ayriluvchi bjr necha birlikka orttirilsa yoki kamaytirilsa, ayirma shunchaga kamayadi yoki ortadi.

$(\forall a_1,a_2,b\in Z)\ [(a_1-a_2=c)\Rightarrow(a_1-(a_2\pm b)=c\mp b)]$.

*2.3-xossa.*Agarkamayuvchivaayriluvchinibjrnechabirlikkaorttirilsayokikamaytirilsa, ayirmao'zgarmaydi.

$(\forall a_1,a_2,b\in Z)\ [(a_1-a_2=c)\Rightarrow((a_1\pm b)-(a_2\pm b)=c)]$.

*2.4-xossa.*Agarkamayuvchivaayriluvchinibjrnechamartaorttirilsayokikamaytirilsa, ayirmashunchamartaortadiyokikamayadi.

$(\forall a_1,a_2,b\in \mathrm{N})[(a_1-a_2=c)\Rightarrow(a_1\cdot b-a_2\cdot b=c\cdot b)\wedge(a_1:b-a_2:b=c:b)]$.
Bu xossalarning isboti qo'shish xossalari isboti kabi bajariladi.

Ayirishga oid hisoblash usullarini ko'raylik.

2.1-usul. ***Kamayuvchi va ayriluvchini bjr necha birlikka orttirish yoki kamaytirish***.

Masalan. 342 - 26 = (342 - 2) - (26 - 2) =340 -24=316.

Sonlar yaxlit sonlarga yaqin bo'lganda bu usulni qo'llash juda qulay.

Misol. 1 285 - 296 = (1 285 + 4) - (296 +4)= 1 289 – 300= 1 289 - (200 + 100) = (1 289 - 200) - 100 = 1 089 - 100 = 989.

2.2-usul. ***Faqat ayriluvchini yaxlitlash***. Ayriluvchi yaxlit songa to'ldiriladi, ayirma topiladi, to'ldirilgan son ayirmaga qo'shiladi.

Misol. 1 285 - 296 = 12185 - ((296 + 4) - 4) = 1 285 - (300 - 4) = (1285 - 300) + 4 = I 285 -(200+ 100)+ 4 = (1085- 100) + 4 = 985+ 4 = 989.

2.3-usul. ***Umumiy ko'paytuvchini qavsdan tashqariga chiqarish.*** Bir xil songa karrali sonlarni ayirish uchun umumiy ko'paytuvchini qavsdan tashqaruiga chiqarib, qavs ichidagi sonlar ayirmasi topiladi va natija umumiy ko'paytuvchiga ko'paytiriladi**.**

Misol.

a) 724 - 148 = 4 · (181 - 37) = 4 · 144 = 2 · 2 · 144 = 2·288 = 576;

b) 91 -35-28 = 7 · (13 -5-4) = 7 ·4 = 28.

4.Ko'paytirishga oid hisoblash usullari. Ko'paytirishga oid hisoblash usullari ko'paytirishning qonunlariga asoslanadi:

1. Ko'paytirishning kommutativligi:

$\forall a, b \in N$ uchun $a \cdot b = b \cdot a$ o'rinli.

2. Ko'paytirishning assotsiativligi.

$\forall a, b, c \in N$ uchun $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$.

3. Ko'paytirishning qo'shishga nisbatan distributivligi

$\forall a, b, c \in N$ uchun $(a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$.

*3.1-xossa.*Agarko'paytuvchilardanbiribirnechamartaorttirilsa, yokikamaytirilsa, ko'paytmahamshunchamartaortadiyokikamayadi.

$(\forall a_1, a_2, \ldots, a_n, b \in N)[(a_1 \cdot a_2 \cdot \ldots \cdot a_n = p) \Rightarrow (a_1 \cdot b) \cdot a_2 \cdot \ldots \cdot a_n = p \cdot b) \wedge (a_1 : b) \cdot a_2 \cdot \ldots \cdot a_n = p : b)]$.

Isbot.$a_1, a_2, \ldots, a_n \in N, b \in N$ va $a_1 \cdot a_2 \cdot \ldots \cdot a_n = p$ *berilgan.*Ko'paytirishning kommutativligi va assotsiativligiga ko'ra: $(a_1 \cdot b) \cdot a_2 \cdot \ldots \cdot a_n = (b \cdot a_1) \cdot a_2 \cdot \ldots \cdot a_n) = b \cdot (a_1 \cdot a_2 \cdot \ldots \cdot a_n) = b \cdot p$ va $(a_1 : b) \cdot a_2 \cdot \ldots \cdot a_n = (a_1 \cdot \frac{1}{b}) \cdot a_2 \cdot \ldots \cdot a_n = (a_1 \cdot a_2 \cdot \ldots \cdot a_n) \cdot \frac{1}{b} = = (a_1 \cdot a_2 \cdot \ldots \cdot a_n) : b = p : b$.

3.2-xossa. Agar ko'paytuvchilardan birini biron songa ko'paytirilsa va ikkinchi ko'paytuvchini shu songa bo'linsa, ko'paytma o'zgarmaydi.

3.3-xossa. Agar ko'paytuvchilardan ikki va undan ortig'i bir necha marta orttirilsa, yoki kamaytirilsa, ko'paytma ham shuncha marta ortadi yoki kamayadi.biron sonlarga ko'paytirilsa, ko'paytma shu sonlar ko'paytmasi barobar ortadi.

3.2-3.3 xossalar 3.1-xossa kabi isbot qilinadi.

Ko'paytmaning yuqoridagi xossalaridan hisoblashning ko'paytirishga oid usullari kelib chiqadi.

3.1-usul. ***Bo'laklab ko'paytirish****. Ko'paytuvchilardan biri ko'paytuvchilarga ajratilib, 2-ko'paytuvchini birin-ketin shu ko'paytuvchilarga ko'paytirjladi.*

Bu usul 2 ning darajalariga ko'paytirishda qo'l keladi. 2 ning darajalariga ko'paytirishni sonni ketma-ket ikkilantirish bilan almashtirish mumkin.

2^n ga ko'paytirish: $a \cdot 2^n = a \cdot 2 \cdot 2 \cdot \ldots \cdot 2$ *(n marta).*

Misol.

a) $948 \cdot 4 = (948 \cdot 2) \cdot 2 = (900 \cdot 2 + 40 \cdot 2 + 8 \cdot 2) \cdot 2 \cdot (1\,800 + 80 + 16) \cdot 2 = 1\,896 \cdot 2 = 1\,000 \cdot 2 + 800 \cdot 2 + 90 \cdot 2 + 6 \cdot 2 = 2\,000 +$

$1\,600 + 180 + 12 = 3\,792$;

b) $474 \cdot 8 = (474 \cdot 2) \cdot 4 = 948 \cdot 4 = (948 \cdot 2) \cdot 2 = 1\,896 \cdot 2 = 3\,792$;

c) $237 \cdot 16 = (237 \cdot 2) \cdot 8 = 474 \cdot 8 = (474 \cdot 2) \cdot 4 = 948 \cdot 4 = (948 \cdot 2) \cdot 2 = 1\,896 \cdot 2 = 3\,792$.

*3.3-qoida.**Juft sonlarni 5 ga karrali sonlarga ko‘paytirish***:

$(2n) \cdot (5k) = (2 \cdot 5) \cdot (n \cdot k) = 10 \cdot (n \cdot k)$

Misol.

a) $24 \cdot 15 = (12 \cdot 2) \cdot 15 = 12 \cdot (2 \cdot 15) = 12 \cdot 30 = 260$;

b) $42 \cdot 25 = (42:2) \cdot (25 \cdot 2) = 21 \cdot 50 = 1\,050$;

c) $18 \cdot 45 = (18:2) \cdot (45 \cdot 2) = 9 \cdot 90 = 810$.

3.3-usul. ***Ko‘paytuvchilardan birini bo‘linma shaklida ifodalash***.

Bu usul 5 (50, 500) ga ko‘paytirishda qo‘l keladi

3.4-qoida. 5 (50, 500)ga ko‘paytirish. Sonni 5 (50, 500)ga ko‘paytirish uchun, uni 10 (100, 1 000) ga ko‘paytirib natijani 2 ga bo‘lish kifoya.

Misol.

a) $387 \cdot 5 = (387 \cdot 10) : 2 = 3\,870 : 2 = 3\,000 : 2 + 800 : 2 + 70 : 2 = 1500 + 400 + 35 = 1\,935$;

b) $347 \cdot 50 = (347 \cdot 100) : 2 = 34\,700 : 2 = 30\,000 : 2 + 4\,000 : 2 + 700 : 2 = 15\,000 + 2\,000 + 350 = 17\,350$;

c) $237 \cdot 500 = (237 \cdot 1\,000) : 2 = 237\,000 : 2 = 200\,000 : 2 + 30\,000 : 2 + 7\,000 : 2 = 100\,000 + 15\,000 + 3\,500 = 118\,500$.

3.4 – qoidaning umumlashmasi keyingi qoidada ifodalaniladi .

***3.5*-qoida**.$5 \cdot 10^n$ ko‘paytirish ($n \geq 0$). Sonni $5 \cdot 10^n$ ga ko‘paytirish uchun,uni 10^{n-1}ga ko‘paytirib natijani 2 ga bo‘lish kifoya.

Isbot. *a* – berilgan son bo‘lsin. $(a \cdot 10^{n-1}):2$ ifodasi qoidaga asoslanib, sodda $a \cdot 5 \cdot 10^n$ shakliga ega bo‘ladi.

Demak, $a \cdot 5 \cdot 10^n = (a \cdot 10^{n+1}) : 2$. Shuni isbotlash talab qilingan edi.

***3.6 - qoida.* 25 (250,2 500)** ga ko‘paytirish**.**Sonni 25 (250,2 500) ga ko‘paytirish uchun,uni 100 (1 000, 10 000)ga ko‘paytirib 4 ga bo‘lish kifoya.

Misol.

a) 137 ·25 = (137 · 100):4 = 13 700 : 4 =(13 700 :2) : 2 = (10 000 : 2 + 3 000 : 2 + 700 : 2) : 2 = (5 000 + 1 500 + 350) : 2 = 6 850 : 2 = 6 000 : 2 + 800 : 2 + 50 : 2 = 3 000 + 400 + 25 = 3 425;

b) 279 · 250 = (279 · 1 000):4 = 279 000:4 = (279 000:2):2 = 139 500 : 2 = 69 750;

c) 328 ·2500 =(328 ·10 000):4 =3 280 000:4 = (3 280 000:2):2 =1 640.000 : 2 = 820 000.

3.6- qoidaning umumlashmasi keyingi qoidada ifodalaniladi .

3.7-qoida. **25 · 10^n ga ko'paytirish (*n*≥ 0).** Sonni 25· 10^{n}ga ko'paytirish uchun, uni 10^{n-2} ga ko'paytirib, natijani 4ga bo'lish kifoya.

Qoidaning isboti 3.5 qoidasiga o'xshash.

3.8-qoida. **125 (1 250)gako'paytirish.**

Sonni 125 (1 250)ga ko'paytirish uchun, uni1 000 (10 000)ga ko'paytirib natijani 8ga bo'lish kifoya .

Misol.

a) 398 · 125 = (398 ·1 000) : 8 = 398 000 : 8 = (398 000 : 2): 4 = 199 000 : 4 = (199 000 : 2) : 2 = 99 500 : 2 = 49 750;

b) 816 · 1 250 = (816 · 10 000) : 8 = 8160000 : 8 = (8160000 : 2): 4= (4080000 :2) : 2 = 2 040 000 : 2 = 1 020 000.

3.6 - qoidaning umumlashmasi keyingi qoidada ifodalaniladi.

3.9 - qoida.**125 · 10^{n} ga ko'paytirish (*n*≥ 0).**

Sonni 125 · 10^{n} ga ko'paytirish uchun, uni 10ga ko'paytirib natijani 8ga bo'lish kifoya.

Qoidaning isboti 3.5 qoidasiga o'xshash.

3.3-usuldagi kichkina o'zgarishlar 75 ga bo'lishning qoidasini shakllantiradi.

3.10 - qoida. **75 ga ko'paytirish.** Sonni 75ga ko'paytirish uchun, uni 4ga bo'lib, bo'linmani 3ga ko'paytirib va natijani 100ga ko'paytirish kifoya.

Isbot.a — berilgan son bo'lsin. (a : 4) · 3 · 100 ifodasi, qoidaga asoslanib sodda *a*· 75 shakliga ega bo'ladi. Demak, *a*· 75 = (*a*: 4) · 3 · 100. Shuni isbotlash talab qilingan edi.

Misol. 804 · 75 = (804 : 4) · 3 · 100 = 201 · 3 · 100 = 603 · 100 = 60 300.

Musbat sonni 55ga ko'paytirishning qiziqarli qoidasi mavjud.

3.11 - qoida. **Musbat sonni 55ga ko'paytirish.** Musbat sonni 55ga ko'paytirish uchun,uni 2 ga bo'lib, bo'linmani 100 ga va 10 ga ko'paytirib, keyin ikkala natijani qo'shish kifoya.

Isbot.a — berilgan son bo‘lsin, $a : 2$. $(a: 2) \cdot 100 + (a : 2) \cdot 10$ ifodasi, qoidaga asoslanib sodda $55a$ shakliga ega bo‘ladi. Demak, $a \cdot 55 = (a : 2) \cdot 100 + (a : 2) \cdot 10$. Shuni isbotlash talab qilingan edi.

Misol.$968 \cdot 55 = 968 :2 \cdot (100 + 10) = 484 \cdot (100+10) = 48\ 400 + 4\ 840 = 53\ 240$.

Nazorat uchun savollar

1. Hisoblashning qulay usullari haqida nima bilasiz?
2. Qo‘shishning qulay usullarini aytib bering.
3. Ayirishning qulay usullarini aytib bering.