

## 24-amaliy mashg'ulot.

1. **Sanoq sistemasi tushunchasi. Pozitsion va nopozitsion sanoq sistemalari. O'nli pozitsion sanoq sistemasida sonlarning yozilishi va o'qilishi. O'nlik sanoq sistemasida nomanfiy butun sonlar ustidagi arifmetik amallarining algoritmi**

### Amaliy mashg'ulotining rejasi:

2. **Sanoq sistemasi haqida tushuncha.**
3. **Pozitsion va nopozitsion sanoq sistemalari.**
4. **O'nli pozitsion sanoq sistemasini targ'ib qilishda M.Xorazmiyning ro'li**
5. **O'nlik sanoq sistemasida son yozuvi.**
6. **O'nlik sanoq sistemasida sonlarni taqqoslash**

**1. Sanoq sistemalari haqida tushuncha.** Insoniyat paydo bo'lib, madaniyat darajasi ancha yuqori bo'lgan davrdan boshlab yozuv paydo bo'lgan. Bunda dastlab nima haqida gap yuritilayotgan bo'lsa, shu narsa yoki tushunchaning tasvirini beradigan rasmlardan foydalanilgan. Keyinchalik rasmlar o'rniga maxsus belgilar va nihoyat asta-sekinlik bilan harflar, so'ng raqamlar paydo bo'lgan. Avvaliga sonlar chiziqchalar yoki tugunchalar yordamida belgilangan. So'ng ko'p miqdordagi belgilarni guruhlash ehtiyoji tug'ilgan. Odamlar qo'llaridagi barmoqlari yordamida sanaganlari uchun belgilar 10 talab, ba'zan 20 talab (oyoq va qo'ldagi barmoqlarning soniga ko'ra) guruhlangan va bu guruhlar alohida belgi bilan belgilangan. Shu tariqa har bir xalqning sonlarni yozish uchun o'z sanoq sistemasi vujudga kelgan. *Sanoq sistemasi deb, sonlarni yozish, o'qish va ular ustida amal bajarish usuliga aytiladi.*

**2. Pozitsion va nopozitsion sanoq sistemalari.** Sanoq sistemalari tuzilishiga ko'ra, odatda, ikki turli bo'ladi: pozitsion va nopozitsion.

Berilgan sonning yozuvidagi belgilar egallagan o'rniga qarab turli xil mamoni anglatrsa, bunday sanoq sistemasi *pozitsion sanoq sistemasi* deyiladi.

Masalan, 0, 1, 2, ..., 9 dan iborat raqamlar deb ataluvchi belgilar yordamida yozilgan sonlar o'nlik sanoq sistemasida yozilgan sonlar deyiladi va u pozitsion sanoq sistemasidir. Masalan,

a) 1101 — bu yerda o'ngdan birinchi o'rinda turgan bitta raqami bitta birlikni bildirsa, 3-o'rinda turgan 1 raqami bitta yuzlikni, 4-o'rinda turgan 1 raqami bitta minglikni anglatadi.

Odatdagi 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 raqamlari yordamida sonlarni yozish hindistonliklar tomonidan joriy qilingan.

Shunday sanoq sistemalari ham borki, unda bir xil raqamlar sonning yozuvida qaysi o'rinda joylashishidan qat'i nazar, doim bir xil ma'noni anglatadi. Bunday sanoq sistemalari *nopozitsion sanoq sistemalari* deb yuritiladi. Rim sanoq sistemasi nopozitsion sanoq sistemasiga misol bo'ladi.

I, II, III, V, X, L, C, D, M kabi belgilar yordamida yozish rimliklar tomonidan kiritilgan bo‘lib, sonlar I — bir, II — ikki, IV- to‘rt, VI — olti, XI - o‘n bir, XL — qirq, XC — to‘qson va hokazolar ko‘rinishda yozilgan.

Masalan, XXXIX — o‘ttiz to‘qqiz, bunda, X belgi barcha o‘rinlarda o‘nni, I belgi esa birni anglatadi. Rim sanoq sistemasida kichik qiymat bildiruvchi belgi katta qiymatli belgidan oldin (chapda) yozilsa, sonning qiymati belgilar qiymatlarini ayirib topilgan, agar belgilar qiymatlari chapdan o‘ngga kamayib borish tartibida yozilsa, son qiymati belgilarning qiymatlarini qo‘shib topilgan.  $XXIII = 10 + 10 + 1 + 1 + 1 = 23$ .

Qadimgi Bobil, Misr, Yunoniston va Rusda ham nopozitsion sanoq sistemalari qo‘yilgan. Grek va slavyan qadimgi sanoq sistemalarida raqamlar alifbo harflari bilan belgilangan, masalan 1 dan 9 gacha sonlar birinchi 9 ta harf bilan, 100, 200, ..., 900 sonlari esa undan keyingi 9 ta harf bilan belgilangan. Son yozuvini so‘zdan farqlash uchun tepasiga belgi — «titlo» qo‘yilgan.

Masalan, vavilonlik matematik 137 sonini bunday tasvirlagan :  $137=2 \cdot 60+17$ . Albatta bu son belgilar – uchburchaklar va ponalar bilan yozilgan.

Gap shundaki, qadimgi vavilionliklar yozish uchun loyli tablichkalardan uchburchakli ponalar bosib chiqarganlar. Keyin bu tablichkalarni quritganlar va olovga tutib kuydirganlar. Sonlarni yozish uchun ponalarning holatlaridan foydalanilgan: vertikal holat – uchi bilan pastga va gorizontol holat – uchi bilan chapga qaratilgan. Bunda  $\nabla$  belgi bir va oltmishni,  $\triangleleft$  belgi – o‘nlikni bildirgan boshqa sonlar bu belgilar va qo‘shish amali bilan tasvirlangan.

Masalan, 6 soni bunday tasvirlangan:

$$\begin{array}{c} \nabla \nabla \nabla \\ \nabla \nabla \nabla \\ \nabla \nabla \nabla \end{array}$$

199 soni bunday:  $\nabla \nabla \nabla \triangleleft \nabla \nabla \nabla$ . Oxirgi yozuv sonining oltmishli sistemadagi

$$\nabla \nabla \nabla$$

yozuvidir:  $60+60+60+10+9=3 \cdot 60+19$ . Biroq qadimgi Vavilonda paydo bo‘lgan sonlar yozuvi kamchiliklarga ega edi: Unda katta sonlarni belgilash qiyin edi: sanoq sistemasining asosini – 60 sonini belgilash uchun maxsus belgi yo‘q edi, bu esa ba’zi yozuvlarni turlicha o‘qishga olib kelar edi. Oltmishli sanoq sistemasining vujudga kelishida aylanani 360 ta teng bo‘lakka bo‘lish, shu bilan birga yilni 360 kunga bo‘lish asos qilib olingan, degan taxmin mavjud. Bu sanoq sistemasining qoldiqlari shu kungacha saqlanib kelgan: aylanani  $360^\circ$  ga bo‘lishga yana burchaklarni gradus, minut va sekundlar bilan o‘lchashni ko‘rsatish mumkin. Qadimgi misrliklar o‘ntalab hisoblaganlar. Ularda maxsus belgilar faqat xonalarni – birlar, o‘nlar, yuzlar, minglar va boshqalarni belgilash uchun ishlatilgan. Birdan to‘qqizgacha bo‘lgan sonlar tayoqchalar yordamida yozilgan.

1-I, 10- $\cap$ , 100 -  $\subset$ , 1000 - 1

Masalan, 132 sonini misrliklar quyidagicha:  $\subset \cap \cap \cap \text{II}$

1234 sonini esa bunday :  $1 \subset \subset \cap \cap \cap \text{IIII}$

ko‘rinishda ayrim holatlarda tekis qator qilib o‘ngdan chapga yoki ustun qilib yuqoridan pastga qarab yozilgan.

Masalan, 65 sonini IIII  $\square\square\square\square\square$  yoki  $\square\square\square\square\square$  IIII ko‘rinishda ham yozganlar. Yozuvlar asosan papiruslarda bo‘yoqlar bilan bajarilgan. Ba‘zan yozish uchun tosh, daraxt, teri, holst, sopol sinig‘idan foydalanilgan.

Nopozitsion sanoq sistemalari katta sonlarni yozish va ular ustida amal bajarish uchun noqulay bo‘lgan. Shuning uchun ham matematikada pozitsion sanoq sistemalari muhim o‘rin tutadi. Chunki bu sistemada son yozuvida maxsus xona birliklari tushunchasi bor bo‘lib, istalgancha katta sonlar bir nechta belgi yordamida yoziladi.

### **3.O‘nli pozitsion sanoq sistemasini targ‘ib qilishda M.Xorazmiyning ro‘li**

IX asrning buyuk olimlaridan biri o‘zbek (Xorazm) matematigi Muhammad ibn Muso al-Xorazmiydir. Uning «Kitob al-jabr» nomli kitobi fanga algebra nomini berdi. Bu kitobda arifmetik masala va tenglamalarning yechilish qoidalari bayon qilingan. Al-Xorazmiy o‘zining boshqa kitobida Hindistonda kashf qilingan hind arifmetikasini, ya‘ni o‘nli sanoq sistemasini yoritdi. Uch yuz yil keyin, ya‘ni XII asrda u lotin tiliga tarjima qilindi va bu kitob butun Yevropa xalqlari uchun arifmetikadan birinchi darslik bo‘lib qoldi. Natijada Yevropa mamlakatlarida Arab davlatida yashagan muallif yozgan kitob bo‘yicha o‘nli sanoq sistemasi o‘rganilgani uchun o‘nli sistemadagi arab raqamlari deyila boshlandi. Bu esa noto‘g‘ridir. XII asrdan boshlab Garbiy Yevropada uzoq davom etgan turg‘unlikdan so‘ng matematikaga qiziqish uyg‘ondi, bunga savdo-sotiqning kengayishi sabab bo‘ldi .

Rus fanining rivojlanishida Leontiy Filippovich Magniskiy tomonidan yozilgan «Arifmetika sirech nauka chislitelnaya» kitobi muhim rol o‘ynadi. Bu kitob Pyotr I davrida 1703-yilda slavyan tilida nashr qilindi, ammo undagi hamma hisoblashlar o‘nli sanoq sistemasida bajarilgan edi. Bu kitob uzoq vaqt barcha ilm kishilari uchun eng zarur kitob bo‘lib qoldi, chunki bu kitobda nafaqat matematikaga oid materiallar, balki astronomiya, navigasiya va boshqa fanlarning ba‘zi bir bo‘limlari haqida ma‘lumotlar bor edi.

**4. O‘nlik sanoq sistemasida son yozuvi.** O‘nlik sanoq sistemasida xona birliklari o‘n, yuz, ming, o‘n ming, yuz ming va hokazolar bo‘lib, ular 10,  $10^2$ ,  $10^3$ ,  $10^4$ , ... ko‘rinishda ifodalanadi va unda har bir xonaning bitta birligi ikkinchi xonadan boshlab o‘zidan oldingi xonaning o‘nta birligiga teng bo‘ladi, ya‘ni qo‘shni xona birliklari nisbati sanoq sistemasining asosi — 10 ga teng. Sonlar 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 dan iborat 10 ta belgi yordamida yoziladi va bu belgilar *raqamlar* deb ataladi. Son yozuvida har bir raqam malum xona birliklari sonini bildiradi.

Demak,  $a$  natural sonning o‘nlik sanoq sistemasidagi *yozuvi* deb quyidagi yigindiga aytiladi:

$$a = a_n \cdot 10^n + a_{n-1} \cdot 10^{n-1} + \dots + a_2 \cdot 10^2 + a_1 \cdot 10 + a_0,$$

bu yerda:  $a_n, \dots, a_1$  — 0 dan 9 gacha bo‘lgan raqamlar.  $a_n \neq 0$  deb kelishiladi. Son yozuvini 0 lardan boshlash faqat malum sondagi raqamlardan iborat nomerlashda qo‘llanadi, masalan: lotoreya, pasport, avtomobil nomerlarida.

$N = a_n \cdot 10^n + a_{n-1} \cdot 10^{n-1} + \dots + a_2 \cdot 10^2 + a_1 \cdot 10 + a_0$  son berilgan bo'lsa, uni  $N = \overline{a_n a_{n-1} \dots a_1 a_0}$  ko'rinishda yozish mumkin. Son yozuvidagi chiziq uni harfiy ko'paytmadan farqlash uchun chiziladi. Son yozuvidagi o'ngdan birinchi uchta xona birlar sinfini tashkil qiladi va unga birlar, o'nlar, yuzlar deb ataluvchi xona birliklari kiradi. Keyingi uchlik minglar sinfini tashkil qilib, xona birliklari minglar, o'n minglar va yuz minglar deb ataladi. 6-, 7-, 8-raqamlar millionlar sinfmi tashkil qilib, xona birliklari millionlar, o'n millionlar va yuz millionlardan iborat bo'ladi. Keyingi uch xona milliardlar, undan keyin billionlar va hokazo sinflardan iborat bo'ladi. Sonni o'qishda chapdan o'ngga qarab har bir raqam yoniga xona birligi nomi qo'shib aytiladi, shuni aytish kerakki, o'zbek tilida o'nliklarni atash uchun maxsus so'zlar: yigirma, o'ttiz, qirq, ellik, oltmish, yetmish, sakson va to'qson qo'llanadi. O'nli sanoq sistemasida sonlarni yozish uchun 10 ta belgi, atash yoki o'qish uchun esa, masalan, milliongacha bo'lgan sonlar uchun 20 ta atama kerak bo'ladi, bu raqamlar va o'nliklar nomlari, yuz, ming kabi atamalardir. Ko'p xonali sonlarni o'qishda million, milliard, billion kabi sinflar nomlari ishlatiladi.

Bo'sh xona birliklari aytilmaydi, yozuvda 0 lar bilan todiriladi. Masalan:

$$4124 \cdot 10^2 + 1 \cdot 10 + 2 \text{ (to'rt yuz o'n ikki).}$$

**5. O'nlik sanoq sistemasida sonlarni taqqoslash.** O'nlik sanoq sistemasida sonlarni taqqoslash quyidagicha amalga oshiriladi.

$$a = a_n 10^n + a_{n-1} 10^{n-1} + \dots + a_1 10 + a_0 (a_n \neq 0) \text{ va}$$

$b = b_k 10^k + b_{k-1} 10^{k-1} + \dots + b_1 10 + b_0 (b_k \neq 0)$  sonlar berilgan bo'lsin.

Quyidagi

$$1) \quad n < k;$$

$$2) \quad n = k, a_n < b_n,$$

$$n = k, a_n \neq b_n, a_{n-1} = b_{n-1}, \dots, a_i < b_i (i < n)$$

shartlardan

biribajarilsa,  $a < b$  bo'ladi.

### Nazorat uchun savollar

1. Sanoq sistemasi haqida nimalar bilasiz.
2. Pozitsion va nopozitsion sanoq sistemalari deganda nimani tushunasiz.
3. O'nlik sanoq sistemasida sonlar qanday ifodalanadi.
4. O'nlik sanoq sistemasida sonlarni taqqoslang.