

23-amaliy mashg'ulot.

Tartib va sanoq natural sonlari. Natural son miqdorlarni o'lchash natijasi sifatida. Natural son kesma o'lchami sifatida. Kesmalarining o'lchami sifatida qaralgan sonlar ustidagi arifmetik amallarning ta'rifi.

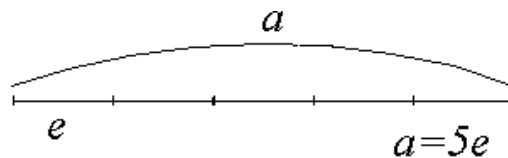
Amaliy mashg'ulotining rejasi:

1. Natural son miqdorlarni o'lchash natijasi sifatida.
2. Natural son kesma o'lchami sifatida.
3. Kesmalarining o'lchami sifatida qaralgan sonlar ustidagi arifmetik amallarning ta'rifi.

Kesmalar uzunligini o'lchashni eslaymiz. Kesmalar to'plamida birorta e kesma tanlanib, u birlik kesma yoki uzunlik birligi deyiladi. Keyinchalik esa boshqa kesmalar shu birlik e kesma bilan taqqoslanadi. Biror a kesma e birlik kesmaga teng n ta kesma yig'indisidan iborat bo'lsa, u tubandagicha yoziladi:

$$\underbrace{e + e + \dots + e}_{n \text{ ta}} = ne \quad \text{va } n$$

natural son a kesma uzunligining e uzunlik birligidagi son qiymati deyiladi (30-chizma)



30-chizma

Agar uzunlik birligi sifatida boshqa kesma olinsa, u holda a kesma uzunligining son qiymati o'zgaradi.

Shunday qilib, a kesma uzunligining son qiymati sifatidagi natural son a kesma tanlab olingan e birlik kesmalarining nechtasidan iboratligini ko'rsatadi. Tanlab olingan e uzunlik birligida bu son yagonadir. Bu sonlar uchun «teng» va «kichik» munosabatlarini qaraylik. Aytaylik m natural son a kesma uzunligining, n natural son b kesma uzunligining e uzunlik birligidagi son qiymatlari bo'lsin. Agar avabkesmalarteng bo'lsa, ular uzunliklarining son qiymatlarini ham teng bo'ladi, ya'ni $m=n$;

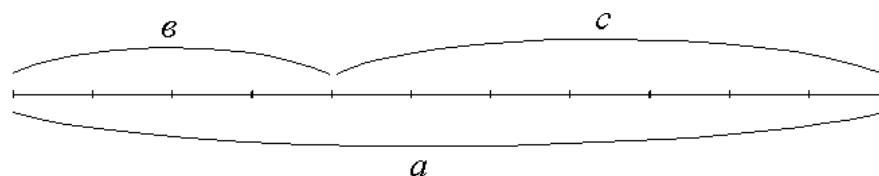
Agar avabkesma kichik bo'lsa, u holda $m < n$ bo'ladi va teskaritasdiq ham to'g'ri bo'ladi.

Kesmalar va ular uzunliklarining son qiymatlarini o'zaro taqqoslashni taqqoslash g'ildiradi.

Kattaliklarning qiymatlari bo'lgan sonlarni qo'shish va ayirishning ma'nosi

Agar natural sonlar kesmalarining uzunliklarini o'lchash natijasida hosil bo'lgan bo'lsa, bu sonlarni qo'shish va ayirish qanday ma'noga ega bo'lishini aniqlaymiz.

1) Qo'shish. Masalan, 4 va 7 sonlari b va c kesmalarni e birlik yordamida o'lchash natijalari bo'lsin, $b=4e$, $c=7e$. $4+7=11$ ekani ma'lum. Bunda 11 soni $a=b+c$ kesma uzunligining qiymati bo'ladi.



31-chizma

Umumiy holda kesma b va c kesmalari yig'indisi ham $d = m + n$ bo'lsin. Bundan m va n natural sonlar. Budeganimiz, b kesma m ta, c kesma n ta bo'laklarga bo'linadi, bu bo'laklarning har bir birlik kesma e ga teng. Shunday qilib,

m va n natural sonlari yig'indisi uzunliklarim va natural sonlar bilan ifodalangan b va c kesmalardan tuzilgan kesma uzunligining qiymati sifatida qarash mumkin.

2) Ayirish. Agar kesma b va c kesmalardan iborat bo'lib, avab kesmalarining uzunliklarim va natural sonlar bilan ifodalansa (bir xil uzunlik birligida), c kesma uzunligining son qiymati avab kesmalar uzunliklarining son qiymatlarini ayirishga teng. $c = (m - n)e$

Bundan ko'rinadiki, natural sonlarning m ayirishining uzunliklarim va natural sonlar bilan ifodalangan avab kesmalar ayirishiga bo'lgan c kesma uzunligining qiymatini ifodalarekan.

Agar $a = 7e$ kesma b va c kesmalardan iborat bo'lib $b = 3e$ bo'lsa, u holda $c = (7 - 3)e = 4e$ bo'ladi.

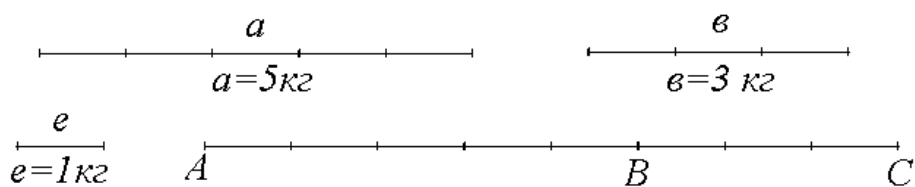
Natural sonlarni qo'shish va ayirishga bunday yondashish nafaqat kesmalar uzunliklarini o'lchash, balki boshqa kattaliklarni o'lchash bilan ham bog'liq. Boshlang'ich sinflar uchun matematikadarsliklaridagi turli xil kattaliklar va ular ustida amallarga doir masalalar ko'p.

Bu masalalarni yechishda kattaliklarning qiymatlarini bo'lgan natural sonlarni qo'shish va ayirishning ma'nosi aniqlash bunday masalalarni yechishda amallarni tanlashga imkon beradi.

Masalan, Karim 5 kg olma, Olim 3 kg nok terdi. Karim va Olim hammasini bo'lib nechaki kilogramm evatergan?

Masala qo'shish amali bilan yechiladi. Masalani yechishda terilgan olmalar massasini a kesma, noklar massasini b kesma ko'rinishida tasvirlaymiz (32-chizma).

U holda terilgan hamma mevalar massasini a ga teng $[AB]$ va b ga teng $[BC]$ kesmadan tuzilgan $[AC]$ kesma yordamida tasvirlash mumkin. $[AC]$ kesma uzunligining son qiymati $[AB]$ va $[BC]$ kesmalar son qiymatlarining yig'indisiga teng bo'lgani uchun terilgan mevalar massasini qo'shish amali bilan topamiz.

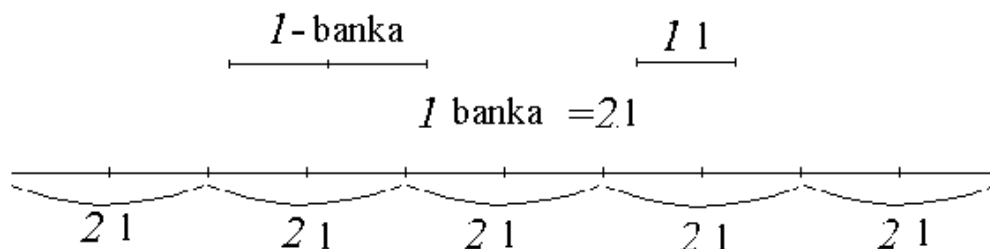


32-chizma.

Kattaliklarning qiymatlarini bo'lgan sonlarni ko'paytirish va bo'lishning ma'nosi

Kattaliklarning qiymatlarini bo'lgan sonlarni ko'paytirish va bo'lishning ma'nosini o'rsatish uchun dastlab masalalarga murojaat qilamiz.

Masala. Omborxonada har birida 2 l sharbat bo'lgan 5 ta banka bor. Bu bankalarda hammasi bo'lib qancha litr sharbat bor. Bu masalani kesmalar yordamida ifodalaylik (33-chizma).



33-chizma.

Bu masala ko'paytirish amali bilan yechiladi: $2 \times 5 = 10(l)$. Nima uchun?

Bu savolga yuqoridagi chizma yordamida javob beramiz.

5 ta bankada hammasi bo'lib qancha litr sharbat borligini bilish uchun $2l+2l+2l+2l+2l$ yig'indini topish yetarli. 2 l deganimiz $2 \cdot 1$ ko'paytma bo'lgani uchun yig'indini quyidagi ko'rinishda yozish mumkin. $(2+2+2+2+2) \cdot 1$. 5 ta bir xil qo'shiluvchining yig'indisini $2 \cdot 5$ ko'paytma bilan almashtirib, $(2+2+2+2+2) \cdot 1 = (2 \cdot 5) \cdot 1 = 10 \cdot 1 = 10l$ ni hosil qilamiz. Bu masalada sharbat egallagan hajmning ikki o'lchov birligi banka va litr haqida so'z yuritilmoqda. Shu sababli bu masalani boshqa usulda ham yechish mumkin. Dastlab birlik sifatida bankani olsak, keyin litrga o'tsak, boshqacha aytganda yangi birlik sifatida litrni olsak 1 banka-2 litr.

$$U \text{ holda } 5 \cdot 1 l = 5 \cdot (2l) = 5(2 \cdot 1l) = (5 \cdot 2) \cdot 1l = 10 l$$

Bundan ko'rinadiki, natural sonlarni ko'paytirish kattalikning yangi, yanada maydaroq birligini tasvirlar ekan. Bu xulosamizni sonlarga-kesmalar uzunliklarining qiymatlariga qo'llab umumiy ko'rinishda isbotlaymiz.

a kesma e ga teng m ta kesmadan, e kesmaning o'zi e_1 ga teng n ta kesmadan iborat bo'lsa, a kesma uzunligining son qiymati uzunlikning e_1 birligida $m \cdot n$ ga teng

bo'ladi. Haqiqatan ham, a kesmaning e_1 kesmaga teng bo'laklar soni $\underbrace{n + n + \dots + n}_{m \text{ ta}}$ ga teng, Shuning uchun $a = n \cdot m$ ga teng. Demak, $a = (m \cdot n)e_1$;

Shunday qilib, natural sonlarni ko'paytirish uzunlikning yangi birligiga o'tishni ifodalaydi. Bu deganimiz, agar m natural son a kesma uzunligining e uzunlik birligidagi qiymati, n natural son e kesma uzunligining e_1 uzunlik birligidagi qiymati bo'lsa, $m \cdot n$ ko'paytma a kesma uzunligining e_1 uzunlik birligidagi qiymati demakdir. Kattaliklarning qiymatlari bo'lgan natural sonlarni bo'lishning ma'nosini aniqlaymiz.

Masala. Bir bankaning sig'imi 2 l bo'lsa, 10 l meva sharbatini qo'yish uchun necha banka kerak bo'ladi?

Masalani yechish uchun 10 l ni kesma bilan tasvirlaymiz va unda 2 l ni tasvirlovchi kesma necha marta joylashishini aniqlaymiz:

$$10 l : 2 l = 5(b)$$

Bu masalaning yechilishini boshqacha asoslash mumkin. Masalada sharbat egallagan hajmning ikki birligi - litr va banka qaralmoqda, o'lchash natijasini bankalar bilan, ya'ni yangi birlikda ifodalash talab etilmoqda. Yangi birlikda (bankada) 2 ta eski birlik (2 l) bor.

Shuning uchun $1\text{ l} = 1\text{ b} : 2$; $10\text{ l} = 10(1\text{ b} : 2) = (10 : 2) \cdot 1\text{ b} = 5 \cdot 1\text{ b} = 5\text{ b}$;

Ko'rinib turibdiki, natural sonlarni bo'lish kattalikning yangi birligiga o'tish bilan bog'liq ekan. Buni umumiy holda ko'rsatamiz. a kesma e ga teng m ta kesmadan, e_1 kesma e ga teng n ta kesmadan iborat bo'lsin. e_1 uzunlik birligida a kesma uzunligini ifodalaydigan sonni qanday topish mumkinligini aniqlaymiz.

$e_1 = n$ e bo'lgani uchun $e = e_1 : n$. U holda $a = m e = m(e_1 : n) = (m : n) e_1$;

Shunday qilib, kesmalar uzunliklarining qiymati bo'lgan natural sonlarni bo'lish uzunlikning yangi (yanada yirikroq) birligiga o'tishni tasvirlaydi: agar m natural son a kesma uzunligining e uzunlik birligidagi qiymati, n natural son e kesma uzunligining e_1 uzunlik birligidagi qiymati bo'lsa, $m:n$ bo'linma a kesma uzunligining e_1 uzunlik birligidagi qiymatidir.

Masalan, agar $a = 16e$ va $e_1 = 4e$ bo'lsa, a kesma uzunligining e_1 uzunlik birligidagi qiymati $4e_1$ ga teng bo'ladi:

$a = 16e = 16 \cdot (e_1 : 4) = (16 : 4) e_1 = 4 e_1$;

Boshlang'ich sinf matematika darslarida turli kattaliklar qatnashadigan ko'paytirish va bo'lish bilan yechiladigan sodda masalalar ko'p. Bularni yechishda ko'paytirish bir xil qo'shiluvchilarni qo'shish amali sifatida, bo'lish esa ko'paytirishga teskari amal sifatida qaraladi.

II.1.6. Tartibiy va miqdoriy natural sonlar

Bizga ma'lumki, natural sonlar deb buyumlarni sanashda qo'llaniladigan sonlarga aytiladi. Sanash jarayoni nimani ifodalaydi?

Masalan, biz $A = \{a, b, c, d, e\}$ to'plam elementlarini sanashni qanday olib borishimiz kerak? Bu to'plamning har bir elementini ko'rsatib, biz «birinchi», «ikkinchi», «uchinchi», «to'rtinchi», «beshinchi» deymiz. Shu bilan sanash jarayonini tugatamiz, chunki A to'plamning barcha elementlaridan foydalandik. Sanab borishda biz tubandagi qoidalarga amal qildik.

A to'plamning ixtiyoriy elementi sanashda birinchi ko'rsatilishi, birorta element ham tushib qolmasligi, bitta element ikki marta sanalmasligi kerak.

A to'plamni sanab biz A to'plamda 5 ta element bor deymiz, ya'ni bu to'plamning miqdoriy xarakteristikasiga ega bo'lamiz. Buni hosil qilish uchun esa tartibiy natural sonlar: «birinchi», ... «beshinchi» dan foydalandik. Boshqacha aytganda biz natural qator kesmasi deb ataluvchi $\{1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$ to'plamdan foydalandik.

1-Ta'rif. Natural qatorning N_a kesmasi deb a natural sondan katta bo'lmagan natural sonlar to'plamiga aytiladi.

Masalan, N_5 kesma 1, 2, 3, 4, 5 natural qatorning N_a kesmasi $x \leq a$ bo'lgan barcha x sonlardan tashkil topadi.

Natural qator kesmasining ta'rifi to'plam elementlari sanog'i tushunchasiga olib keladi. Bunda A to'plam elementlari bilan N_a kesma o'rtasida bir qiymatli moslik o'rnatiladi.

2-Ta'rif. A to'plam elementlarini sanash deb, A to'plam bilan natural qatorning N_a kesmasi orasida o'zaro bir qiymatli moslik o'rnatishga aytiladi. a soni deb A to'plamdagi elementlar soniga aytiladi va $n(A)=a$ kabi yoziladi. Bu a soni yagona va u miqdoriy natural sonidir. Shunday qilib sanashda chekli A to'plam elementlari nafaqat ma'lum tartibda joylashtiriladi(bunda «birinchi», «ikkinchi» va hokazo sonlar bilan ifodalanuvchi tartibiy natural sonlardan foydalaniladi), shuningdek A to'plam nechta elementni o'z ichiga olishi aniqlanadi (miqdoriy natural sonlardan foydalaniladi). Sanash uchun avvaldan yetarlicha sonlar zapasiga ega bo'lish zarur va bu sonlar ma'lum tartibda joylashishi, birinchi son mavjud bo'lishi lozim. Sanash chekli to'plam elementlarini tartiblashtirish uchun, ham ularning miqdorini aniqlash uchun xizmat qiladi. Demak tartibiy son miqdoriy songa olib keladi. Miqdoriy natural sonlar chekli teng quvvatli to'plamlar sinfining umumiy xossasini ifodalaydi. Shunday qilib, miqdoriy va tartibiy natural sonlar boshlang'ich ta'limda o'zaro uzviy boglangan, birgalikda qatnashadi.

Nazorat uchun savollar

1. Kesmalarni taqqoslashni tushuntirib bering.
2. Kesmalar ustida bajariladigan amallarni tushuntiring.
3. Kesmalar ustida amallar qanday xossalarga ega?
4. Kattaliklarni qiymatlari bo'lgan sonlar ustida bajariladigan amallarning ma'nosi.
5. Tartibiy miqdoriy natural sonlar deganda qanday sonlarni tushunasiz?