

18-amaliy mashg'ulot: . Nomanfiy butun sonni natural songa bo'lishning ta'rifi, uning mavjudligi va yagonaligi. Yig'indini va ko'paytmani songa bo'lish qoidarining to'plamlar nazariyasi bo'yicha ma'nosi.

Amaliy mashg'ulotining rejasi:

- 1. Nomanfiy butun sonlar bo'linmasi ta'rifi.**
- 2. Nomanfiy butun sonlar bo'linmasining mavjudligi va yagonaligi.**
- 3. Nomanfiy butun sonlarni bo'lish qoidalari.**
- 4. Nomanfiy butun sonlar ko'paytmasi.**

1. Nomanfiy butun sonlar bo'linmasi ta'rifi. Nomanfiy butun sonlar to'plamida bo'lish amalini ta'riflash uchun to'plamni sinflarga ajratish tushunchasidan foydalaniladi.

Quvvati a ga teng bo'lgan A to'plamni teng quvvatli sinflarga ajratish mumkin bo'lsin.

1-ta'rif. Agar b soni A to'plamni qismlarga ajratishdagi qism to'plamlar soni bo'lsa, a va b nomanfiy butun sonlar **bo'linmasi** deb, har bir qismdagi elementlar soni c ga aytiladi.

Agar b soni A to'plamni sinflarga ajratishdagi har bir qismelementlari soni bo'lsa, a va b sonlar **bo'linmasi** deb, qism to'plamlar soni c ga aytiladi.

Nomanfiy butun a va b sonlar bo'linmasini topish amali **bo'lish**, a — **bo'linuvchi**, b — **bo'luvchi**, $a : b$ — **bo'linma** deyiladi. Bo'lish ta'rifiga ko'ra bo'lishga oid masalalar ikki turga ajraladi:

1) mazmuniga ko'ra bo'lish; 2) teng qismlarga ajratish.

1-turga oid masala: 48 ta qalam 6 ta qutichaga baravardan solingan bo'lsa, har bir qutichaga nechtdan qalam joylangan?

2-turga oid masala: 48 ta qalam 6 tadan qilib qutichalarga solingan bo'lsa, nechta quticha kerak bo'ladi?

Bo'lishni ko'paytirishga teskari amal sifatida ham ta'riflash mumkin:

13-ta'rif. a va b **nomanfiy butun sonlar bo'linmasi** deb, $a = bc$ tenglik bajariladigan c nomanfiy butun songa aytiladi.

2. Nomanfiy butun sonlar bo'linmasining mavjudligi va yagonaligi.

Bo'lishning mavjudligi haqidagi masala $n(A) = a$ bo'lgan A to'plamni teng quvvatli qism to'plamlarga ajratish mumkinligi masalasi bilan bog'liq. Agar A to'plamni berilgan b sondagi yoki quvvatdagi sinflarga ajratish mumkin bo'lsa, a ning b songa bo'linmasi mavjud bo'ladi.

4-teorema. a sonining b songa bo'linmasi mavjud bo'lsa, u yagonadir.

Isbot. Haqiqatan ham, $a : b = c$ va $a : b = d$ va d son c sondan farqli bo'lsin. Ta'rifga ko'ra $a = bc$ va $a = bd$. Bundan $bc = bd$ va ko'paytmaning qisqaruvchanligiga ko'ra $c = d$ ekanligi kelib chiqadi.

5-teorema. a nomanfiy butun son b natural songa bo'linishi uchun a son b sondan kichik bo'lmasligi zarur.

Isboti. *ava* b natural sonlarning bo‘linmasi mavjud bo‘lsin, ya’ni $a = bc$ shartni qanoatlantiruvchi c natural soni topilsin.

Istalgan c natural son uchun $1 \leq c$ da’vo o‘rinli. Ko‘paytmaning monotonligiga ko‘ra $b \cdot 1 \leq b \cdot c$, $bc = a \wedge b \cdot 1 = b$ ekani hisobga olinsa, $b \leq a$ ekani kelib chiqadi.

Lekin $b \leq a$ shartning bajarilishi $a : b$ bo‘linma mavjud bo‘lishi uchun yetarli emas.

Masalan, $3 \leq 19$, lekin 19 soni 3 ga bo‘linmaydi. Bunday hollarda qoldiqli bo‘lish haqida gapiriladi. Agar $b \leq a$ va a soni b ga bo‘linmasi, shunday q, r natural sonlar topiladiki, $r < b$ bo‘lib, $a = bq + r$ va tenglik bajariladi. $(a; b)$ juftlik uchun yuqoridagi shartni qanoatlantiruvchi $(q; r)$ sonlarning topilishi a ni b ga qoldiqli bo‘lish deyiladi. Bu yerda q — to‘liqsiz bo‘linmava r — qoldiq deyiladi, $a : b = q (r \text{ qoldiq})$ shaklida yoziladi.

0 ni va 0 ga bo‘lish masalasiga alohida to‘xtab o‘tamiz. $a = 0$ va $b \neq 0$ holda $0 : b = 0$ tenglik bajariladi, chunki $0 = b \cdot 0$. Demak, 0 ning 0 dan farqli istalgan songa bo‘linmasi 0 ga teng. Lekin 0 ga bo‘lish amali aniqlanmagan. Faraz qilaylik, noldan farqli a sonning 0 ga bo‘linmasi mavjud vauc songa teng bo‘lsin, ya’ni $a \neq 0 \wedge a : c$. Bundan $a = 0 \cdot c = 0$ qarama-qarshilik kelib chiqadi. $0 : 0 = c$ bo‘lsin, bu holda $0 = 0 \cdot c$ tenglik istalgan c son uchun o‘rinli bo‘ladi, bu esa amal natijasi yagona bo‘lish shartiga zid.

3. Nomanfiy butun sonlarni bo‘lish qoidalari.

1) *Yigindini songa bo‘lish qoidasi.* Yig‘indini songa bo‘lish uchun, agar bo‘linsa, har bir qo‘shiluvchini shu songa bo‘lib, natijalarni qo‘shish kerak:

$$(a+b) : c = a : c + b : c \\ 48 : 3 = (30 + 18) : 3 = 30 : 3 + 18 : 3 = 10 + 6 = 16.$$

2) *Ko‘paytmani songa bo‘lish qoidasi.* Ko‘paytmani songa bo‘lish uchun, agar bo‘linsa, ko‘paytuvchilardan birini shu songa bo‘lib, natijani ikkinchi songa ko‘paytirish kerak:

$$(a \cdot b) : c = (a : c) \cdot b = a \cdot (b : c) \\ 75 : 5 = (3 \cdot 25) : 5 = 3 \cdot (25 : 5) = 3 \cdot 5 = 15.$$

3) *Sonni ko‘paytmaga bo‘lish qoidasi.* Sonni ko‘paytmaga bo‘lish uchun, agar bo‘linsa, sonni avval ko‘paytuvchilardan biriga, so‘ng ikkinchisiga bo‘lish yetarli.¹

$$a : (b \cdot c) = (a : b) : c = (a : c) : b. \\ 105 : (5 \cdot 7) = (105 : 5) : 7 = 21 : 7 = 3.$$

Nazorat uchun savollar:

1. Nomanfiy butun sonlar bo'linmasi ta'rifini bering.
2. Nomanfiy butun sonlar bo'linmasining mavjudligi va yagonaligi haqida ma'lumot bering.
3. Nomanfiy butun sonlarni bo'lish qoidalarini ayting va asoslang.