

**16-amaliy mashg'ulot: Yig'indining ta'rifi, uning mavjudligi va yagonaligi.
Qo'shish qonunlari. Ayirmaning ta'rifi, uning mavjudligi va yagonaligi.
Yig'indidan sonni va sondan yig'indini ayirish qoidalarining to'plamlar
nazariyasi bo'yicha ma'nosi**

Amaliy mashg'ulotining rejasi:

- 1. Yig'indining ta'rifi, uning mavjudligi va yagonaligi.**
- 2. Qo'shish qonunlari. Ayirmaning ta'rifi, uning mavjudligi va yagonaligi.**
- 3. Yig'indidan sonni va sondan yig'indini ayirish qoidalarining to'plamlar nazariyasi bo'yicha ma'nosi**

Son tushunchasi bu juda qadimiy tushunchalardan biridir. Sonlarning nomlanishi, joylashishi, yozilishi turli davrlarda, turli mamlakatlarda turlicha bo'lgan.

Matematikada sonlarning o'qilishi, yozilishi, ular ustida bajariladigan amallar tiliga sanoq sistemalari deb ataymiz.

Barcha sanoq sistemalari o'zining "Grammatik qurilishi" jihatidan pozitsion bo'lmagan (nepozitsion) va pozitsion sanoq sistemalariga bo'linadi.

Nomanfiy butun sonlar yig'indisi, uning mavjudligi va yagonaligi. To'plamlar ustida bajariladigan har bir amalga shu to'plamlar bilan aniqlanadigan sonlar ustidagi amallar mos keladi. Masalan, o'zaro kesishmaydigan A va B to'plamlar birlashmasidan iborat C to'plam A va B to'plamlar bilan aniqlanadigan a va b nomanfiy butun sonlarning yig'indisi deb ataluvchi c sonni aniqlaydi.

1-ta'rif. Butun nomanfiy a va b sonlarning yig'indisi deb $n(A) = a$; $n(B) = b$ bo'lib, kesishmaydigan A va B to'plamlar birlashmasidagi elementlar soniga aytiladi.

$$a + b = n(A \cup B), \text{ bu yerda } n(A) = a; n(B) = b \text{ va } A \cap B = \emptyset.$$

Berilgan ta'rifdan foydalanib, $5 + 2 = 7$ bo'lishini tushuntiramiz. 5 — bu biror A to'plamning elementlari soni, 2 — biror B to'plamning elementlari soni, bunda ularning kesishmasi bo'sh to'plam bo'lishi kerak. Masalan, $A = \{x; y; z; t; p\}$, $B = \{a; b\}$ to'plamlarni olamiz. Ularni birlashtiramiz: $A \vee B = \{x; y; z; t; p; a; b\}$. Sanash yo'li bilan $n(A \vee B) = 7$ ekanligini aniqlaymiz. Demak, $5 + 2 = 7$.

Umuman, $a + b$ yigindi $n(A) = a$, $n(B) = b$ shartni qanoatlantiruvchi kesishmaydigan A va B to'plamlarning tanlanishiga bog'liq emas. Bu umumiy da'voni biz isbotsiz qabul qilamiz.

Bundan tashqari, butun nomanfiy sonlar yig'indisi har doim mavjud va yagonadir. Boshqacha aytganda, biz qanday ikkita nomanfiy a va b sonlar olmaylik, ularning yig'indisi — butun nomanfiy c sonni har doim topish mumkin. U berilgan a va b sonlar uchun yagona bo'ladi.

Yigindining mavjudligi va yagonaligi ikki to'plam birlashmasining mavjudligi va yagonaligidan kelib chiqadi.

Yigindi ta'rifidan foydalanib, «kichik» munosabatiga boshqacha ta'rif berish mumkin:

2-ta'rif. $\forall a, b \in N$ uchun $a = b + c$ bo'ladigan c son topilsa, $b < a$ (yoki $a > b$) deyiladi.

$$(\forall a, b \in N)(\exists c \in N)(b < a \Leftrightarrow a = b + c).$$

1.6. Qo'shish amalining xossalari.

1°. Qo'shish amali kommutativdir:

$$(\forall a, b \in N_0)(a + b = b + a),$$

ya'ni ixtiyoriy nomanfiy butun a va b sonlar uchun $a + b = b + a$ tenglik o'rinli.

Isbot. $a = n(A)$, $b = n(B)$ va $A \cap B = \emptyset$ bo'lsin,

$$a + b = n(A \cup B) = n(B \cup A) = b + a$$

(to'plamlar birlashmasining kommutativligiga asosan).

2°. Qo'shish amali assotsiativdir:

$$(\forall a, b, c \in N_0) a + (b + c) = (a + b) + c.$$

Isbot: $a = n(A)$, $b = n(B)$, $c = n(C)$ va $A \cap B = \emptyset$, $B \cap C = \emptyset$, $A \cap C = \emptyset$ bo'lsin.

$$a + (b + c) = n(A \cup (B \cup C)),$$

$$(a + b) + c = n((A \cup B) \cup C)$$

to'plamlar birlashmasining assotsiativligiga ko'ra

$$A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C.$$

Demak, $a + (b + c) = (a + b) + c$.

3°. 0 ni yutish qonuni:

$$(\forall a \in N_0) a + 0 = a.$$

Isbot.

$a = n(A)$, $0 = n(\emptyset)$, $a + 0 = n(A \cup \emptyset) = n(A) + n(\emptyset)$, $A \cup \emptyset = A$ bo'lgani uchun.

4°. Qo'shish amali qisqaruvchandir:

$$(\forall a, b, c \in N_0) a + c = b + c \Leftrightarrow a = b,$$

Isbot. $a = n(A)$, $b = n(B)$, $c = n(C)$ bo'lsin. $A = B \Rightarrow A \cup C = B \cup C$

Cbo'ladi. Qo'shish amali ta'rifidan $n(A) = n(B) \Rightarrow n(A \cup C) = n(B \cup C)$, $a = b \Rightarrow a + c = b + c$.

5°. Qo'shish amali monotondir:

$$(\forall a, b, c \in N_0) a < b \Rightarrow a + c < b + c.$$

Isbot. $a = n(A)$, $b = n(B)$ bo'lsin.

$$a < b \Rightarrow A \sim B_1 \subset B, \text{ bu yerda } B_1 \neq B, B_1 \neq \emptyset, u \text{ holda}$$

$$A \cup C \sim B_1 \cup C \subset B \cup C \Rightarrow a + c < b + c.$$

«<» munosabati N_0 to'plamda qat'iy tartib munosabati bo'lishini isbot qilamiz. Buning uchun «<» munosabatining tranzitiv va asimmetrik ekanligini ko'rsatamiz.

a) tranzitivligi: $a < b \wedge b < c$ bo'lsin, 7-ta'rifga ko'ra, shunday k va h sonlar topiladiki, $b = a + k$ va $c = b + h$ bo'ladi, bundan $c = b + h = (a + k) + h$ va a qo'shishning assotsiativligiga ko'ra $c = a + (k + h)$ ekanligini yozish mumkin, bu esa $a < c$ degan xulosani beradi.

b) asimmetriklikni teskarisini faraz qilish yo'li bilan isbotlaymiz. Faraz qilaylik, bir vaqtda $a < b$ va $b < a$ bo'lsin. Bundan tranzitivlik xossasiga ko'ra $a < a$ ekanligi kelib chiqadi, demak, farazimiz noto'g'ri va bir vaqtda $a < b$ va $b < a$ bo'lishi mumkin emas, degan xulosaga kelamiz.

Yig'indidan sonni va sondan yig'indini ayirish qoidalarining to'plamlar nazariyasi bo'yicha ma'nosi. *Yig'indidan sonni ayirish qoidasi:* yig'indidan sonni ayirish uchun yig'indidagi qo'shiluvchilarning biridan shu sonni ayirish va hosil bo'lgan natijaga ikkinchi qo'shiluvchini qo'shish yetarli. *Bu qoidani simvollardan foydalanib yozamiz.*

Agar, a, b, c — butun nomanfiy sonlar bo'lsa, u holda:

a) $a > c$ bo'lganda $(a + b) - c = (a - c) + b$ bo'ladi;

b) $b > c$ bo'lganda $(a + b) - c = a + (b - c)$ bo'ladi;

d) $a > c$ va $b > c$ bo'lganda yuqoridagi formulalarning ixtiyoriy bittasidan foydalanish mumkin.

$a \geq c$ bo'lsin, u holda $a - c$ ayirma mavjud bo'ladi. Uni p orqali belgilaymiz: $a - c = p$. Bundan $a = p + c$ chiqadi. $p + c$ yigindini $(a + b) - c$ ifodadagi a ning o'rniga qo'yamiz va uni shakl almashtiramiz:

$$(a + b) - c = (p + c + b) - c = p + b + c - c = p + b.$$

Biroq p harfi orqali $a - c$ ayirma belgilangan edi, demak, botlanishi talab etilgan $(a + b) - c = (a - c) + b$ ifodaga ega bo'lamiz.

Sondan yigindini ayirish qoidasi: sondan sonlar yig'indisini ayirish uchun bu sondan qo'shiluvchilarning birini, ketidan ikkinchisini ketma-ket ayirish yetarli, ya'ni agar a, c, b — butun nomanfiy sonlar bo'lsa, u holda $a > b + c$ bo'lganda $a - (b + c) = (a - b) - c$ ga ega bo'lamiz.

Bu qoidaning asoslanishi va uning nazariy-to'plam tasviri yig'indidan sonni ayirish qoidasi uchun bajarilgani kabi bajariladi.

Keltirilgan qoidalar boshlangich maktabda aniq misollarda qaraladi, asoslash uchun ko'rgazmali chizmalar, tasvirlar namoyish etiladi.

Bu qoidalar hisoblashlarni ixcham bajarish imkonini beradi. Masalan, sondan yig'indini ayirish qoidasi sonni bo'laklab ayirish usuliga asos bo'ladi: $5 - 2 = 5 - (1 + 1) = (5 - 1) - 1 = 4 - 1 = 3$.¹

Nazorat uchun savollar:

1. Nomanfiy butun sonlar ayirmasiga ta'rif bering.
2. Nomanfiy butun sonlar ayirmasining mavjudligi va yagonaligini asoslang.
3. ***Yig'indidan sonni va sondan yig'indini ayirish qoidalarining to'plamlar nazariyasi bo'yicha ma'nosini tushuntiring.***

¹Стойлова Л.П. Теоретические основы начального курса математики. Учебное пособие. Москва. «Академия». 2014 132-137 с. 123-126 betlarmazmuniolingan

