

## Natural sonva nol tushunchasi. Nomanfiy butun sonlar to'plamida “teng”, “kichik”, “katta” munosabatlari.

### Reja:

1. Natural sonva nol tushunchasi.
2. Natural son va nol tushunchasining nazariy to'plam ma'nosi.
3. Nomanfiy butun sonlar to'plamida “teng”, “kichik”, “katta” munosabatlari.

**Natural son va nol tushunchasining nazariy to'plam ma'nosi.**  $A=\{a,b,c,d\}$  to'plam elementlarini sanab biz  $A$  to'plamda to'rtta element bor deymiz, ya'ni bu to'planning miqdoriy xarakteristikasiga ega bo'lamiz. Biroq buni hosil qilish uchun tartibiy natural sonlar “birinchi”, “ikkinchi”, “uchinchi”, “to'rtinchi” dan foydalandik. Boshqacha aytganda, biz natural qator kesmasi deb ataluvchi  $\{1,2,3,4\}$  to'plamdan foydalandik.

**Ta'rif:** Natural qatorning  $N_a$  kesmasi deb,  $a$  natural sondan katta bo'lmagan natural sonlar to'plamiga aytiladi. Masalan:  $N_4$  kesma 1,2,3,4 natural sonlar to'plamining o'zidir.

**Ta'rif:**  $A$  to'plam elementlarini sanash deb,  $A$  to'plam bilan natural qatorning  $N_a$  kesmasi orasida o'zaro bir qiymatli moslik o'rnatishga aytiladi.  $a$  soni deb  $A$  to'plamdagi elementlar soniga aytiladi va  $n(A)$  kabi yoziladi. Bu  $a$  soni yagona va  $u$  miqdoriy natural sonidir. “Mazkur to'plam nechta elementga ega?” degan savolga javob miqdoriy natural son bilan ifodalanadi; tartibiy son esa sanoqda  $u$  yoki bu predmet qaysi o'rinni egallashini ko'rsatadi va “Sanoqda berilgan predmet nechanchi o'rinda bo'ladi?” degan savolga javob beradi? Nazariy to'plam nuqtai nazaridan miqdoriy natural songa chekli teng quvvatli to'plamlar sinfi mos keladi. Har bir sinfga birgina va faqat birgina natural son mos keladi, har bir natural songa teng quvvatli chekli to'plamlarning birgina va faqat birgina sinfi mos keladi. Ma'lumki, ekvivalentlikning har bir sinfi unga tegishli ixtiyoriy elementini bu sinfnin vakilini berish bilan bir qiymati aniqlanadi. Demak, teng quvvatli to'planning har bir sinfini uning vakilini ko'rsatish bilan berish mumkin. Masalan, to'rtburchakning uchlari to'plamini teng quvvatli bo'lgan va “to'rt” natural sonni aniqlovchi to'plamlar sinfini  $B=\{a, b,c,d\}$  to'plamni ko'rsatish bilan berishi mumkin. Demak  $B$  to'plam “to'rt” natural sonni aniqlaydi. Umuman har bir chekli  $A$  to'plamga bitta va faqat bitta natural son  $a=n(A)$  mos keladi, biroq har bir  $a$  natural songa bir ekvivalentlik sinfining teng quvvatli turli to'plamlari mos keladi. Shuning uchun “besh” soniga beshburchak tomonlari to'plami ham uning uchlari to'plami ham, “kitob” so'zidagi harflar to'plami ham mos keladi. Nol soni ham nazariy to'plam talqiniga ega va  $u$  bo'sh to'plamga mos qo'yiladi:  $0=n(\emptyset)$

**Qo'shish, qo'shish qonunlari, “teng”, kichik, “katta” munosabatlari.**

**Ta'rif.** Butun nomanfiy  $a$  va  $b$  sonlarning yig'indisi deb,  $n(A)=a$ ,  $n(B)=b$  bo'lib, kesishmaydigan  $A$  va  $B$  to'plamlar birlashmasidagi elementlar soniga aytiladi.

$a+b = n(A \cup B)$ , bu erda  $n(A)=a$ ,  $n(B)=b$  va  $A \cap B = \emptyset$  Misol. Berilgan ta'rifdan foydalanib,  $5+2=7$  bo'lishini tushuntiramiz. 5-bu biror  $A$  to'plamning elementlari soni, 2-biror  $B$  to'plamning elementlari soni, bunda ularning kesishmasi bo'sh to'plam bo'lishi kerak. Masalan,  $A=\{x,u,z,t,r\}$ ,

$B=\{a,b\}$  to'plamlarni olamiz. Ularni birlashtiramiz:  $A \cup B = \{x,u,z,t,r,a,b\}$ . Sanash yo'li bilan  $n(A \cup B)=7$  ekanini aniqlaymiz. Demak  $5+2=7$ . Butun nomanfiy sonlar yig'indisi har doim mavjud va yagonadir. Boshqacha aytganda, biz qanday ikkita butun nomanfiy  $a$  va  $b$  sonlar olmaylik, ularning yigindisi – butun nomanfiy  $c$  sonini har doim topish mumkin, u berilgan  $a$  va  $b$  sonlar uchun yagona bo'ladi.

### **Qo'shish qonunlari.**

a)  $a+b=b+a$  ( $\forall a, b \in Z_0$ )- o'rin almashtirish (kommutativlik)

b)  $(a+b)+c=a+(b+c)$  ( $\forall a, b, c \in Z_0$ )- guruhlash (assotsiativlik)

### **“Teng” va “kichik” munosabatlari.**

**Ta'rif:** Agar  $a$  va  $b$  sonlar teng quvvatli to'plamlar bilan aniqlansa, u holda ular teng bo'ladi:  $a=b \Leftrightarrow A \sim B$ , bu erda  $n(A)=a$ ,  $n(B)=b$  Agar  $A$  va  $B$  to'plamlar teng quvvatli bo'lmasa, u holda ular bilan aniqlanadigan sonlar turlicha bo'ladi. Ta'rif: Agar  $A$  to'plam  $B$  to'plamning qism to'plamiga teng quvvatli bo'lsa va  $n(A)=a$ ,  $n(B)=b$  bo'lsa,  $a$  son  $b$  sonidan kichik deyiladi va  $a < b$  kabi yoziladi. Xuddi shu vaziyatda  $b$  son  $a$  sonidan katta deyiladi va  $b > a$  kabi yoziladi.

$a < b \Leftrightarrow A \sim B$ , bu erda  $B_1 \subset B$  va  $B_1 \neq B$ ,  $B_1 \neq \emptyset$

### **Ayirish. Ayirish xossalari.(To'plamlar nazariyasi nuqtai nazarida)**

**Ta'rif:** Butun nomanfiy  $a$  va  $b$  sonlarning ayirmasi deb  $n(A)=a$ ,  $n(B)=b$  va  $B \subset A$  shartlar bajarilganda  $B$  to'plamning  $A$  to'plamgacha to'ldiruvchi to'plamining elementlari soniga aytiladi:  $a-b=n(A \setminus B)$ , bu erda  $a=n(A)$ ,  $b=n(B)$ ,  $B \subset A$

**Ta'rif:** Butun nomanfiy  $a$  va  $b$  sonlarning ayirmasi deb shunday butun nomanfiy  $c$  songa aytiladiki, uning  $b$  son bilan yig'indisi  $a$  songa teng bo'ladi. Shunday qilib,  $a-b=c \Leftrightarrow a=b+c$  Ayirish amali qo'shishga teskari amal deb aytiladi. Ayirmaning ikkinchi ta'rifidan kelib chiqib, quyidagi teoremlarni keltiramiz:

**Teorema:** Butun nomanfiy  $a$  va  $b$  sonlarning ayirmasi  $b \leq a$  bo'lganda va faqat shunda mavjud bo'ladi.

**Teorema:** Agar butun nomanfiy  $a$  va  $b$  sonlarning ayirmasi mavjud bo'lsa, u holda u yagonadir. (Ayirish amalining xossalari yuqoridagi mavzularda keltirilgan)

### **Ko'paytirish. Ko'paytirish xossalari.**

**Ta'rif.** Butun nomanfiy  $a$  va  $b$  sonlarning ko'paytmasi deb quyidagi shartlarni qanoatlantiruvchi butun nomanfiy  $a \cdot b$  songa aytiladi:

1)  $b > 1$  bo'lganda  $a \cdot b = a + a + \dots + a$ ;  $b$  ta qo'shiluvchi

2)  $b = 1$  bo'lganda  $a \cdot 1 = a$ ;

3)  $b = 0$  bo'lganda  $a \cdot 0 = 0$ .

Bu ta'rifning nazariy- to'plam jihatdan ma'nosi quyidagicha: Agar  $A_1, A_2, \dots, A_b$  to'plamlarning har biri  $a$  tadan elementga ega bo'lsa va ulardan hech bir ikkitasi kesishmasa, u holda ularning birlashmasi  $a \cdot b$  ta elementga ega bo'ladi. Demak,  $a \cdot b$  ko'paytma – bu har biri  $a$  tadan elementga ega bo'lgan, juft- jufti bilan kesishmaydigan  $b$  ta to'plamning kesishmasidagi elementlar sonidir.  $a \cdot 1 = a$  va

$a \cdot 0 = 0$  tengliklar shartli qabul qilingan.  $a$  va  $b$  sonlarning ko'paytmasini topishga yordam beradigan amal ko'paytirish amali deyiladi; ko'paytirilayotgan sonlar ko'paytuvchilar deb ataladi. Shunday qilib, butun nomanfiy  $a$  va  $b$  sonlarning ko'paytmasini  $n(A) = a$ ,  $n(B) = b$  bo'ladigan  $A$  va  $B$  to'plamlarning Dekart ko'paytmasi elementlari soni sifatida qarash mumkin:

**1.O'rin almashtirish qonuni:** ixtiyoriy butun nomanfiy  $a$  va  $b$  sonlar uchun  $a \cdot b = b \cdot a$  tenglik o'rinli.

**2.Guruhlash qonuni:** ixtiyoriy butun nomanfiy  $a, b, c$  sonlar uchun  $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$  tenglik o'rinli.

**3. Ko'paytirishning qo'shishga nisbatan taqsimot qonuni:** Ixtiyoriy butun nomanfiy  $a, b, c$  sonlar uchun  $(a+b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$  tenglik o'rinli.

**Bo'lish. "...marta katta", "...marta kichik" munosabatlar.** Umumiy ko'rinishda butun nomanfiy  $a$  sonining natural  $b$  songa bo'linmasi quyidagicha ta'riflanadi:

**Ta'rif:**  $a = n(A)$  va  $A$  to'plam jufti-jufti bilan kesishmaydigan teng quvvatli qism to'plamlarga ajratilgan bo'lsin.

Agar  $b$   $A$  to'plamni bo'lishdagi qism to'plamlar soni bo'lsa, u holda  $a$  va  $b$  sonlarning bo'linmasi deb har bir qism to'plamdagi elementlar soniga aytiladi.

Agar  $b$   $A$  to'plamni bo'lishdagi har bir qism to'plam elementlari soni bo'lsa, u holda  $a$  va  $b$  sonlarning bo'linmasi deb bu bo'linmadagi qism to'plamlar soniga aytiladi.

$a:b$  bo'linmani topishda foydalaniladigan amal bo'lish deb,  $a$  soni bo'linuvchi,  $b$  soni bo'luvchi deb ataladi.

**Ta'rif:** Butun nomanfiy  $a$  soni bilan  $b$  natural sonning bo'linmasi deb shunday butun nomanfiy  $c = -a:b$  songa aytiladiki, uning  $b$  son bilan ko'paytmasi  $a$  bo'ladi.

**Teorema.** Ikkita  $a$  va  $b$  natural sonning bo'linmasi mavjud bo'lishi uchun  $b \leq a$  bo'lishi zarur. Agar  $a$  va  $b$  natural sonlarning bo'linmasi mavjud bo'lsa, u yagonadir.