Nomanfiy butun sonlar to'plamini to'plamlar nazariyasi asosida qurish.

Reja:

1. **Nomanfiy butun sonlar to'plamining tartiblanganligi**.
2. **Nomanfiy butun sonlarni ayirish va uning xossalari.**
3. **Nomanfiy butun sonlarni natural sonlarga bo'lish.**

Nomanfiy butun sonlar to'plamining tartiblanganligi. Ta'rif: Agar a va в natural sonlari uchun, shunday noldan farqli k soni mavjud bo'lsaki, a=в+k tenglik bajarilsa, u holda a son в sondan katta, yoki в son a sondan kichik deb aytiladi, va u a>в yoki в < a deb belgilanadi, ya'ni ta'rifni simvolik yozsak:

$a > в \Leftrightarrow (\exists к \neq о)[a = в + к]$ munosabat o'rinli bo'ladi.

Ikkita ketma-ket keluvchi natural sonlar uchun quyidagi teorema o'rinli:

1-teorema: Har qanday natural son o'zidan oldin keluvchi natural sondan katta

bo'ladi, ya'ni $(\forall a)\ [\, a < a^1]$

Haqiqatdan ham: a'=a+1 x'=x+1 (natijaga asosan) a'>a x'>x (ta'rifga asosan).

1-xossa: Manfiy bo'lmagan butun sonlar to'plamida quyidagi munosabat o'rinli:

$0<1<2<3<4<5 \ldots < n < n^1 < \ldots.$

2-xossa: 0 soni Z_0 da eng kichik sondir.

3-xossa: Agar M qandaydir natural sonlar to'plami bo'lib, unda shunday в element topilsaki, $\forall x \in M$ uchun x <b o'rinli bo'lsa, u holda M da eng katta element в bo'ladi.

2-teorema: Natural sonlar qatorida quyidagi munosabatlardan faqat va faqat bittasi bajariladi.

a) a=в

b) a=b+k (a>b)

v) в=a+м (a<в)

Z_0 da tartib munosabati tranzitivlik xossasiga ega:

$(a,в,c \in Z_0)\ a<в \wedge в<c \Rightarrow a<c$

3-teorema

1) a=в => a+c=в+c ^ a· c= в·c ($\forall$ a,в,c $\in Z_0$)

2) a>в => a+c>в+c ^ a·c>в·c ($\forall$ a,в,c $\in Z_0$)

3) a<в => a+c<в+c ^ a·c<в·c ($\forall$ a,в,c $\in Z_0$)

4-teorema: (Teskari teorema)

1) $a+c=в+c \vee a\cdot c=в\cdot c \Rightarrow a=в$

2) $a+c>в+c \vee a\cdot c>в\cdot c \Rightarrow a>в$

3) $a+c< в+c \vee a\cdot c<в\cdot c \Rightarrow a<в$

5-teorema: Natural sonlar qatorida n va n+1 natural sonlari yonma-yon turuvchi sonlardir, ya’ni $n<a<n+1$ shartni qanoatlantiruvchi natural son mavjud emas.

6-teorema: Har qanday manfiy bo’lmagan butun son noldan kichik emas, 0-nomanfiy butun sonlar to’plamining eng kichik elementidir. Bu teoremadan, Z_0 ning quyidan chegaralanganligi kelib chiqadi

7-teorema: Natural sonlar to’plamida Arximed aksiomasi o’rinli, ya’ni: $\forall$ a va b sonlar uchun $\exists n\in N$ topiladiki, $в\cdot n>a$ bajariladi.

Ushbu teoremadan natural sonlar to’plamining cheksizligi kelib chiqadi. Shunday qilib, xulosa qilsak, manfiy bo’lmagan butun sonlar to’plami: cheksiz; quyidan chegaralangan (0 soni bilan); yuqoridan chegaralanmagan, diskret; tartiblangan to’plam ekan.

Manfiy bo’lmagan butun sonlarni ayirish va uning xossalari.

Ta’rif: a va в sonlarning ayirmasi deb, $a=в+x$ shartni qanoatlantiruvchi x soniga aytiladi. Bunda: a- kamayuvchi: в- ayriluvchi: x- ayirma. a va в sonlarning ayirmasi a-в deb belgilanadi: (-ayirish amali). Ikki son ayirmasini topish amaliga ayirish amali deb aytiladi.

Ayirish amali qo’shish amaliga teskari amal. Ikki son ayirmasi qachon mavjud, qachon bajariladi? Bu savolga quyidagi teorema javob beradi.

1-teorema: a) в-a ayirma mavjud bo’lishi uchun $a \leq в(в \geq a)$ – ayriluvchining kamayuvchidan oshmasligi zarur va yetarlidir. b) Agar в-a ayirma mavjud bo’lsa, bu yagonadir;

1-xossa: Agar ayirmaga ayiruvchini qo’shsak, u holda kamayuvchi hosil bo’ladi.

2-xossa: Agar ikki son yig'indisidan bitta qo'shiluvchini ayirsak, ikkinchi qo'shiluvchi kelib chiqadi.

3-xossa: Berilgan songa ikki son ayirmasini qo’shish uchun, songa dastlab kamayuvchini qo'shib, ayiriluvchini ayirish kifoya. Ya'ni: $a+(в-c)=a+в-c$

4- xossa: Sondan ikki son ayirmasini ayirish uchun, shu sondan qo’shiluvchilarni ketma- ket ayirish kifoya.

$a-(в+c)=a-в-c$ bunda $a\geq в+c$

5-xossa: Sondan ayirmani ayirish uchun sondan kamayuvchini ayirib, ayriluvchini qo’shish kifoya. Ya'ni: a-(в-c)=a-в+c, bunda в ≥ c; a ≥ в-c

6-xossa: Ko’paytirish amali ayirish amaliga ko’ra tarqatish (distributlik) qonuniga ega. (a –в) ·c= a·c – в·c

7-xossa: (a – в)+ (c – d)= (a + c) – (в + d). Ayirmalar yig’indisi kamayuvchilar yig’indisi bilan ayriluvchilar yig’indilarining ayirmasiga teng.

8-xossa: Yig’indidan sonni ayirish uchun, ayriluvchi sonni qo’shiluvchilarning birortasidan ayirish kifoya. (a + в) – c = (a – c) + в= a + (в- c), agar a >c b>c

9-xossa: Ayirmadan sonni ayirish uchun, sonli ayiruvchiga qo'shib, yigindini kamayuvchidan ayirish kifoya. (a- в)- c =a –(в + c) a –в >c;

Manfiy bo’lmagan butun sonlarni natural sonlarga bo’lish.

Ta’rif: a sonining в soniga bo’linmasi deb, bx = a tenglikni qanoatlantiruvchi x soniga aytiladi. Bo’linmani topish amaliga bo’lish amali deb aytiladi. Bu erda a-bo’linuvchi: в- bo’luvchi: x-bo’linma. a va в sonlarning bo’linmasi: a : b yoki $\frac{a}{b}$ deb belgilanadi.

Faqat va faqat a soni в soniga karrali bo’lgandagina, manfiy bo’lmagan butun son a ni natural son в ga bo’lish mumkin. O soni barcha sonlarga bo’linadi va natijada nol chiqadi.

Ta’rif: Agar a sonini в ga bo’lish amali mavjud bo’lsa, u holda a : b deb simlovik belgilanadi va quyidagi teng kuchli jumlalardan bittasi qo’llaniladi: “a в ga karrali” “a в ga bo’linadi”, “a ni в bo’ladi”, “в a ning bo’luvchisi bo’ladi”. Shuningdek ba’zi adabiyotlarda a /в belgilardan ham foydalaniladi.

Teorema: Agar bo’lish amali mavjud bo’lsa, u holda bo’linma yagonadir. Bo’lish amalining xossalari:

1-xossa: Manfiy bo’lmagan butun sonlar to’plamida bo’lish amali algebraik amal emas. (Z_0 da bo’lish amali qisman algebraik bo’ladi)

2-xossa: Bo’lish amali assotsiativlik xossasiga ega emas (∀a,в,c)

[a :(в : c) ≠ (a : в): c]

3-xossa: Agar kichik natural son, katta natural songa bo’linsa, u holda kichik natural son nolga teng bo’ladi:

4-xossa: Manfiy bo’lmagan butun sonlar to’plamida bo’lish amali kommutativ emas. Ya’ni: (∀a,в)[a : в ≠ в : a] faqat va faqat a≠в da o’rinli xolos; misol 8:4 ≠ 4:8

5- xossa: Bo'linmani bo'luvchiga ko'paytirganda bo'linuvchi hosil bo'ladi: $(a:в)\cdot в=a$

6- xossa: Tenglikning har ikkala tomonini noldan katta bo'lgan umumiy ko'paytuvchiga qisqartirib yuborish mumkin: $(\forall c \neq 0)\ [ac = вc \Rightarrow a = в]$

7- xossa: Bo'linuvchi va bo'luvchilarni bir vaqtda noldan katta bo'lgan songa ko'paytirganda yoki bo'lganda bo'linma o'zgarmaydi: $(\forall\ c>0)\ [a:в=(a\cdot c):(в\cdot c)]$

8- xossa: Sonni ko'paytmaga bo'lish uchun shu sonni ko'paytuvchilarga birin – ketin bo'lish kifoya. $a:(в\cdot d) = (a:в):d$

9-xossa: Agar ko'paytuvchilarning birortasi biror songa bo'linsa, u holda ko'paytmani shu songa bo'lish uchun , shu ko'paytuvchini songa bo'lib, ikkinchi ko'paytuvchiga ko'paytirish kerak $(в\,\vdots\, c) \Rightarrow a\cdot в : c = a\cdot (в : c)$

10-xossa: Bo'linmani songa ko'paytirish uchun, bo'linuvchini songa ko'paytirish va ko'paytmani bo'luvchiga bo'lish kerak $(в:c)\cdot a=a\cdot в:c$

11-xossa: Agar bo'linuvchi c soniga karrali bo'lsa u holda bo'linmani c soniga ko'paytirish uchun bo'linuvchini o'zgartirmagan holda bo'luvchini c soniga bo'lish kerak. $(в\,\vdots\, c) \Rightarrow (a:в)\cdot c=a:(в:c)$

12-xossa: Agar qo'shiluvchilar c soniga karrali bo'lsa, u holda yig'indi (ayirma) ni c soniga bo'lish uchun har bir qo'shiluvchini c soniga bo'lish kifoya. Ya'ni : $(a\,\vdots\, c)\wedge(в\,\vdots\, c) \Rightarrow (a \pm в):c=a:c \pm в:c$

Nomanfiy butun sonlar to'plamini to'plamlar nazariyasi asosida qurish mavzusida topshiriqlar.

1) Qo'shish qonunlaridan foydalanib quyidagi misollarni yeching. Ularni izohlang. a) 204+41+96+29 b) 39+28+32+41

2) Hisoblashni bajaring va izohlang.

a) 28·7+22·7 b) (42+12)·5

3) Ko'paytirish qonunlaridan foydalanib, quyidagi misollarni yeching. Ularni izohlang.

a) 34·12·5·25 b) 125·56·8

4) Quyidagi shartlarni nazariy – to'plam nuqtai nazarida talqin qiling.

a) 3>2; b) 5+4>5+3; v) 2+44; v) 5+2b bo'lsa, u holda a+c>b+c bo'ladi".