

### 13-ma'ruza: Nomanfiy butun sonni natural songa bo'lishning ta'rifi, uning mavjudligi va yagonaligi.

#### Ma'ruza mashg'ulotining rejasi:

1. Nomanfiy butun sonlar **bo'linmasi** ta'rifi.
2. Nomanfiy butun sonlar **bo'linmasining** mavjudligi va yagonaligi.
3. **Nomanfiy butun sonlarni bo'lish qoidalari.**

#### Ma'ruza matni

**1. Nomanfiy butun sonlar bo'linmasi ta'rifi.** Nomanfiy butun sonlar to'plamida bo'lish amalini ta'riflash uchun to'plamni sinflarga ajratish tushunchasidan foydalaniladi.

Quvvati  $a$  ga teng bo'lgan  $A$  to'plamni teng quvvatli sinflarga ajratish mumkin bo'lsin.

*1-ta'rif.* Agar  $b$  soni  $A$  to'plamni qismlarga ajratishdagi qism to'plamlar soni bo'lsa,  $a$  va  $b$  nomanfiy butun sonlar **bo'linmasi** deb, har bir qismdagi elementlar soni  $c$  ga aytiladi.

Agar  $b$  soni  $A$  to'plamni sinflarga ajratishdagi har bir qismelementlari soni bo'lsa,  $a$  va  $b$  sonlar **bo'linmasi** deb, qism to'plamlar soni  $c$  ga aytiladi.

Nomanfiy butun  $a$  va  $b$  sonlar bo'linmasini topish amali **bo'lish**,  $a$  — **bo'linuvchi**,  $b$  — **bo'luvchi**,  $a : b$  — **bo'linma** deyiladi. Bo'lish ta'rifiga ko'ra bo'lishga oid masalalar ikki turga ajraladi:

1) mazmuniga ko'ra bo'lish; 2) teng qismlarga ajratish.

**1-turga oid masala:** 48 ta qalam 6 ta qutichaga baravardan solingan bo'lsa, har bir qutichaga nechtdan qalam joylangan?

**2-turga oid masala:** 48 ta qalam 6 tadan qilib qutichalarga solingan bo'lsa, nechta quticha kerak bo'ladi?

Bo'lishni ko'paytirishga teskari amal sifatida ham ta'riflash mumkin:

*13-ta'rif.*  $a$  va  $b$  **nomanfiy butun sonlar bo'linmasi** deb,  $a = bc$  tenglik bajariladigan  $c$  nomanfiy butun songa aytiladi.

#### **2. Nomanfiy butun sonlar bo'linmasining mavjudligi va yagonaligi.**

Bo'lishning mavjudligi haqidagi masala  $n(A) = a$  bo'lgan  $A$  to'plamni teng quvvatli qism to'plamlarga ajratish mumkinligi masalasi bilan bog'liq. Agar  $A$  to'plamni berilgan  $b$  sondagi yoki quvvatdagi sinflarga ajratish mumkin bo'lsa,  $a$  ning  $b$  songa bo'linmasi mavjud bo'ladi.

4-teorema.  $a$  sonining  $b$  songa bo'linmasi mavjud bo'lsa, u yagonadir.

Isbot. Haqiqatan ham,  $a : b = c$  va  $a : b = d$  va  $d$  son  $c$  sondan farqli bo'lsin. Ta'rifga ko'ra  $a = bc$  va  $a = bd$ . Bundan  $bc = bd$  va ko'paytmaning qisqaruvchanligiga ko'ra  $c = d$  ekanligi kelib chiqadi.

5-teorema.  $a$  nomanfiy butun son  $b$  natural songa bo'linishi uchun  $a$  son  $b$  sondan kichik bo'lmashligi zarur.

Isboti.  $a$  va  $b$  natural sonlarning bo'linmasi mavjud bo'lsin, ya'ni  $a = bc$  shartni qanoatlantiruvchi  $c$  natural soni topilsin.

Istalgan  $c$  natural son uchun  $1 \leq c$  da'vo o'rinli. Ko'paytmaning monotonligiga ko'ra  $b \cdot 1 \leq bc$ ,  $bc = a$   $\wedge$   $1 = b$  ekani hisobga olinsa,  $b \leq a$  ekani kelib chiqadi.

Lekin  $b \leq a$  shartning bajarilishi  $a : b$  bo‘linma mavjud bo‘lishi uchun yetarli emas.

Masalan,  $3 \leq 19$ , lekin 19 soni 3 ga bo‘linmaydi. Bunday hollarda qoldiqli bo‘lish haqida gapiriladi. Agar  $b \leq a$  va  $a$  soni  $b$  ga bo‘linmasi, shunday  $q, r$  natural sonlar topiladiki,  $r < b$  bo‘lib,  $a = bq + r$  va tenglik bajariladi.  $(a; b)$  juftlik uchun yuqoridagi shartni qanoatlantiruvchi  $(q; r)$  sonlarning topilishi  $a$  ni  $b$  ga qoldiqli bo‘lish deyiladi. Bu yerda  $q$  — to‘liqsiz bo‘linmava  $r$  — qoldiq deyiladi,  $a : b = q (r \text{ qoldiq})$  shaklida yoziladi.

0 ni va 0 ga bo‘lish masalasiga alohida to‘xtab o‘tamiz.  $a = 0$  va  $b \neq 0$  holda  $0 : b = 0$  tenglik bajariladi, chunki  $0 = b \cdot 0$ . Demak, 0 ning 0 dan farqli istalgan songa bo‘linmasi 0 ga teng. Lekin 0 ga bo‘lish amali aniqlanmagan. Faraz qilaylik, noldan farqli  $a$  sonning 0 ga bo‘linmasi mavjud vauc songa teng bo‘lsin, ya’ni  $a \neq 0 \wedge a : c$ . Bundan  $a = 0 \cdot c = 0$  qarama-qarshilik kelib chiqadi.  $0 : 0 = c$  bo‘lsin, bu holda  $0 = 0 \cdot c$  tenglik istalgan  $c$  son uchun o‘rinli bo‘ladi, bu esa amal natijasi yagona bo‘lish shartiga zid.

### 3. Nomanfiy butun sonlarni bo‘lish qoidalari.

1) Yigindini songa bo‘lish qoidasi. Yig‘indini songa bo‘lish uchun, agar bo‘linsa, har bir qo‘shiluvchini shu songa bo‘lib, natijalarni qo‘shish kerak:

$$(a+b) : c = a : c + b : c \\ 48 : 3 = (30 + 18) : 3 = 30 : 3 + 18 : 3 = 10 + 6 = 16.$$

2) Ko‘paytmani songa bo‘lish qoidasi. Ko‘paytmani songa bo‘lish uchun, agar bo‘linsa, ko‘paytuvchilardan birini shu songa bo‘lib, natijani ikkinchi songa ko‘paytirish kerak:

$$(a \cdot b) : c = (a : c) \cdot b = a \cdot (b : c) \\ 75 : 5 = (3 \cdot 25) : 5 = 3 \cdot (25 : 5) = 3 \cdot 5 = 15.$$

3) Sonni ko‘paytmaga bo‘lish qoidasi. Sonni ko‘paytmaga bo‘lish uchun, agar bo‘linsa, sonni avval ko‘paytuvchilardan biriga, so‘ng ikkinchisiga bo‘lish yetarli.<sup>1</sup>

$$a : (b \cdot c) = (a : b) : c = (a : c) : b. \\ 105 : (5 \cdot 7) = (105 : 5) : 7 = 21 : 7 = 3.$$

Nazorat uchun savollar:

1. Nomanfiy butun sonlar bo‘linmasi ta’rifini bering.
2. Nomanfiy butun sonlar bo‘linmasining mavjudligi va yagonaligi haqida ma’lumot bering.

**Nomanfiy butun sonlarni bo‘lish qoidalarini ayting va asoslang.**

---

<sup>1</sup>Стойлова Л.П. Теоретические основы начального курса математики. Учебное пособие. Москва. «Академия». 2014 147-149 betlar mazmuni olingan