

11-ma'ruza: Yig'indi va ayirmaning ta'rifi, uning mavjudligi va yagonaligi.

Ma'ruza mashg'ulotining rejasi:

1. Nomanfiy butun sonlar ayirmasi ta'rifi.
2. Nomanfiy butun sonlar ayirmasining mavjudligi va yagonaligi.
3. ***Yig'indidan sonni va sondan yig'indini ayirish qoidalarining to'plamlar nazariyasi bo'yicha ma'nosi.***

Ma'ruza matni

1. Nomanfiy butun sonlar ayirmasi, uning mavjudligi va yagonaligi.

8-ta'rif. Butun nomanfiy a va b sonlarning

ayirmasi deb, $n(A) = a$, $n(B) = b$ va $B \subset A$

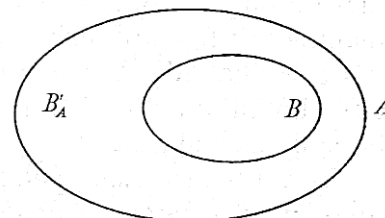
shartlar bajarilganda, B to'plamni A to'plamgacha

to'ldiruvchi to'plam elementlari soniga

aytiladi (II.1-rasm).

$$a - b = n(B'_A), \text{ bu yerda } a = n(A), b = n(B),$$

$B \subset A$.



II.1-rasm.

Misol. Berilgan ta'rifdan foydalanib, $7-4 = 3$ bo'lishini tushuntiramiz. 7 — biror A to'plamning elementlari soni, 4 — shu A to'plamning qism to'plami bo'lgan B to'plamning elementlari soni bo'lsin. Masalan: $A = \{x; y; z; t; p; r; s\}$, $B = \{x; y; z; t\}$ to'plamlarni olaylik. B to'plamning A to'plamgacha to'ldiruvchisini topamiz: $(B'_A) = \{p; r; s\}$, $n(B'_A) = 3$. Demak, $7-4 = 3$ bo'lar ekan. $a - b$ ayirma $n(A) = a$, $n(B) = b$ va $B \subset A$ shartlarni qanoatlantiruvchi A va B to'plamlarning tanlanishiga bog'liq emas.

$a = n(A)$, $b = n(B)$ va $B \subset A$ bo'ladigan butun nomanfiy a va b sonlar berilgan bo'lsin va bu sonlarning ayirmasi B to'plamning A to'plamgacha to'ldiruvchisidagi elementlar soni bo'lsin, ya'ni $a - b = n(B'_A)$.

Eyler doiralarida A , B , $A \setminus B$ to'plamlar rasmda ko'rsatilganidek tasvirlanadi. $A = B \cup B'_A$ ekani ma'lum, bundan $n(A) = n(B \cup B'_A)$. $B \cap B'_A = 0$ bo'lgani uchun biz $a = n(A) = n(B \cup B'_A) = n(B) + n(B'_A) = b + (a - b)$ ga ega bo'lamiz. Bu esa ayirmaga boshqacha ta'rif berish imkonini beradi.

9-ta'rif. Butun nomanfiy a va b sonlarning **ayirmasi deb** shunday butun nomanfiy c songa aytiladiki, uning b son bilan yig'indisi a songa teng bo'ladi: $a - b = c \Leftrightarrow a = b + c$.

Shunday qilib, $a - b = c$ yozuvda a — kamayuvchi, b — ayriluvchi, c — ayirma deb ataladi.

2. Nomanfiy butun sonlar ayirmasining mavjudligi va yagonaligi.

Ayirish amali qo'shishga teskari amaldir. Ayirmaning ikkinchi ta'rifidan kelib chiqib, quyidagi teoremlarni isbotlaymiz:

1-teorema. Butun nomanfiy a va b sonlarning ayirmasi $b \leq a$ bo'lganda va faqat shunda mavjud bo'ladi.

Isbot. Agar $a - b$ bo'lsa, u holda $a - b = 0$ bo'ladi va, demak, $a - b$ ayirma mavjud bo'ladi.

Agar $b < a$ bo'lsa, u holda «kichik» munosabati ta'rifiga ko'ra shunday natural son mavjud bo'ladiki, bunda $a = b + c$ bo'ladi. U holda ayirmaning ta'rifiga ko'ra $c = a - b$, ya'ni $a - b$ ayirma mavjud bo'ladi. Agar $a - b$ ayirma

mavjud bo'lsa, u holda ayirmaning ta'rifiga ko'ra shunday butun nomanfiy c son topiladiki, $a = b + c$ bo'ladi. Agar $c = 0$ bo'lsa, u holda $a = b$ bo'ladi; agar $c > 0$ bo'lsa, u holda «kichik» munosabatining ta'rifiga ko'ra $b < a$ bo'ladi. Demak, $b \leq a$.

2-teorema. Agar butun nomanfiy a va b sonlarining ayirmasi mavjud bo'lsa, u holda u yagonadir.

Isbot. $a - b$ ayirmaning ikkita qiymati mavjud bo'lsin deb faraz qilaylik: $a - b = c_1$ va $a - b = c_2$. U holda ayirmaning ta'rifiga ko'ra $a = b + c_1$ va $a = b + c_2$ ga ega bo'lamiz. Bundan $b + c_1 = b + c_2$ va, demak $c_1 = c_2$ ekani kelib chiqadi.

3. Yig'indidan sonni va sondan yig'indini ayirish qoidalarining to'plamlar nazariyasi bo'yicha ma'nosi. Yig'indidan sonni ayirish qoidasi: yig'indidan sonni ayirish uchun yig'indidagi qo'shiluvchilarning biridan shu sonni ayirish va hosil bo'lgan natijaga ikkinchi qo'shiluvchini qo'shish yetarli. Bu qoidani simvollardan foydalanib yozamiz.

Agar, a, b, c — butun nomanfiy sonlar bo'lsa, u holda:

a) $a > c$ bo'lganda $(a + b) - c = (a - c) + b$ bo'ladi;

b) $b > c$ bo'lganda $(a + b) - c = a + (b - c)$ bo'ladi;

d) $a > c$ va $b > c$ bo'lganda yuqoridagi formulalarning ixtiyoriy bittasidan foydalanish mumkin.

$a \geq c$ bo'lsin, u holda $a - c$ ayirma mavjud bo'ladi. Uni p orqali belgilaymiz: $a - c = p$. Bundan $a = p + c$ chiqadi. $p + c$ yigindini $(a + b) - c$ ifodadagi a ning o'rniga qo'yamiz va uni shakl almashtiramiz:

$$(a + b) - c = (p + c + b) - c = p + b + c - c = p + b.$$

Biroq p harfi orqali $a - c$ ayirma belgilangan edi, demak, botlanishi talab etilgan $(a + b) - c = (a - c) + b$ ifodaga ega bo'lamiz.

Sondan yigindini ayirish qoidasi: sondan sonlar yig'indisini ayirish uchun bu sondan qo'shiluvchilarning birini, ketidan ikkinchisini ketma-ket ayirish yetarli, ya'ni agar a, c, b — butun nomanfiy sonlar bo'lsa, u holda $a > b + c$ bo'lganda $a - (b + c) = (a - b) - c$ ga ega bo'lamiz.

Bu qoidaning asoslanishi va uning nazariy-to'plam tasviri yig'indidan sonni ayirish qoidasi uchun bajarilgani kabi bajariladi.

Keltirilgan qoidalar boshlangich maktabda aniq misollarda qaraladi, asoslash uchun ko'rgazmali chizmalar, tasvirlar namoyish etiladi.

Bu qoidalar hisoblashlarni ixcham bajarish imkonini beradi. Masalan, sondan yig'indini ayirish qoidasi sonni bo'laklab ayirish usuliga asos bo'ladi: $5 - 2 = 5 - (1 + 1) = (5 - 1) - 1 = 4 - 1 = 3$.¹

¹Стойлова Л.П. Теоретические основы начального курса математики. Учебное пособие. Москва. «Академия». 2014 132-137 с. 123-126 betlarmazmuniolangan

Nazorat uchun savollar:

1. Nomanfiy butun sonlar ayirmasiga ta'rif bering.
2. Nomanfiy butun sonlar ayirmasining mavjudligi va yagonaligini asoslang.
3. *Yig'indidan sonni va sondan yig'indini ayirish qoidalarining to'plamlar nazariyasi bo'yicha ma'nosini tushuntiring.*