

Konyunksiya va dizyunksiya. Implikatsiya va ekvivalensiya.

Reja:

1. Mantiqiy amallar va formulalar
2. Konyunksiya va dizyunksiya
3. Implikatsiya va ekvivalensiya

Mantiqiy amallar va formulalar. Mulohazalar ustida quyidagi mantiqiy amallar - inkor, kon'yunksiya, diz'yunksiya, implikatsiya va ekvivalensiya amallari mavjud bo`lib, ularning ta'rifi hamda rostlik jadvali quyidagicha bo`ladi:

Inkor. Bizga biror A mulohaza berilgan bo`lsin.

Ta`rif. Berilgan A mulohaza rost bo`lganda yolg`on, yolg`on bo`lganda rost bo`ladigan mulohaza A mulohazaning inkori deyiladi va $\neg A$ yoki \overline{A} orqali belgilanadi.

Bu yerdagi \overline{A} ($\neg A$) yozuv "A emas" yoki "A bo`lishi noto`g`ri" deb o`qiladi. Inkori amali ushbu rostlik jadvali bilan aniqlanadi:

A	\overline{A}
R (1)	Yo (0)
Yo (0)	R (1)

Masalan, A mulohaza - «7-tub son» degan rost mulohaza bo`lsin, u holda $\neg A$ - «7-tub son emas» degan yolg`on mulohazadan iborat bo`ladi.

Kon'yunksiya.

Ta`rif. A va B mulohazalarning ikkalasi rost bo`lganda rost bo`ladigan hamda "va" bog`lovchisi bilan bog`lanuvchi mulohazalar A va B mulohazalarning kon'yunksiyasi deb ataladi, $A \wedge B$ hamda $A \& B$ ko`rinishlarda belgilanadi.

Bu yerdagi A va B mulohazalar mos ravishda $A \wedge B$ kon'yunksiyaning birinchi va ikkinchi hadlari, " \wedge " va "&" belgilar esa kon'yunksiya amali belgisi deyiladi. $A \wedge B$, $A \& B$ yozuvlar "A va B" deb o`qiladi. Kon'yunksiya uchun rostlik jadvali quyidagicha bo`ladi:

A	B	$A \wedge B$
R (1)	R (1)	R (1)
R (1)	Yo (0)	Yo (0)
Yo (0)	R (1)	Yo (0)
Yo (0)	Yo (0)	Yo (0)

Kon'yunksiya – bog'layapman degan ma'noni anglatadi

Masalan, A : “Toshkent – O'zbekistonning poytaxti”, B : “Termez shahri Farg'ona vodiysida joylashgan”, C : “Biz mustaqil yurt farzandlarimiz” degan uchta mulohazani qaraylik. Ta'rifga ko'ra, ravshanki, $A \wedge B$ mulohaza yolg'on (chunki A – rost, B – yolg'on), $A \wedge C$ – rost (chunki A – rost, C – rost), $B \wedge C$ – yolg'on (chunki B – yolg'on, C – rost).

Diz'yunksiya.

Ta'rif. A va B mulohazalarning kamida bittasi rost bo'lganda rost bo'ladigan hamda “yoki” bog'lovchisi bilan bog'lanuvchi mulohazalar A va B mulohazalarning diz'yunksiyasi deb ataladi, $A \vee B$ ko'rinishda belgilanadi.

Bu yerdagi $A \vee B$ yozuv “ A yoki B ” deb o'qiladi, “ \vee ” belgi diz'yunksiya belgisi deyiladi. A va B lar $A \vee B$ diz'yunksiyaning mos ravishda birinchi va ikkinchi hadlari deb ataladi.

Diz'yunksiyaning rostlik jadvali quyidagicha bo'ladi:

A	B	$A \vee B$
R(1)	R(1)	R(1)
R(1)	Yo(0)	R(1)
Yo(0)	R(1)	R(1)
Yo(0)	Yo(0)	Yo(0)

Diz'yunksiya so'zi – farqlayapman degan ma'noni anglatadi.

Masalan, 1) “Yozda toqqa chiqamiz yoki dengizga boramiz” diz'yunksiyasini qaraymiz. Bu mulohaza quyidagi hollarda rost bo'ladi: biz toqqa chiqamiz, ammo dengizga bormaymiz; dengizga boramiz lekin toqqa chiqmaymiz; biz toqqa ham chiqamiz, dengizga ham boramiz. Yangi mulohaza yolg'on bo'ladi: biz toqqa ham chiqmaymiz, dengizga ham bormaymiz.

2) $10 \geq 7$ mulohazaning rost yoki yolg'onligini aniqlaylik. Bu diz'yunksiya rost, chunki $10 > 7$ rost mulohaza va $10 = 7$ yolg'on mulohazadan tashkil topgan.

3) $11 \leq 7$ – mulohaza yolgʻon, chunki, $11 < 7$ – yolgʻon, $11 = 7$ – yolgʻon.

Implikatsiya.

Taʼrif. A mulohaza rost, B mulohaza yolgʻon boʻlgandagina – yolgʻon, qolgan hollarda rost boʻladigan mulohazaga A hamda B mulohazalarning implikatsiyasi deyiladi va $A \Rightarrow B$ koʻrinishda belgilanadi.

“ \Rightarrow ” belgi implikatsiya belgisi deb ataladi. $A \Rightarrow B$ yozuv “agar A boʻlsa, u holda B boʻladi” yoki “ A mulohazadan B mulohaza kelib chiqadi” degan maʼnolarni anglatadi. Implikatsiya uchun rostlik jadvali quyidagicha boʻladi:

A	B	$A \Rightarrow B$
R(1)	R(1)	R(1)
R(1)	Yo(0)	Yo(0)
Yo(0)	R(1)	R(1)
Yo(0)	Yo(0)	R(1)

Implikatsiya soʻzi mahkam bogʻlayapman degan maʼnoni anglatadi.

Masalan, 1) “Agar 72 soni 9 ga karrali boʻlsa, u holda bu son 3 ga ham karrali boʻladi”. Bu rost implikatsiya.

2) “Agar $-3 < -1$ boʻlsa, u holda $9 < 8$ boʻladi”, implikatsiyasi yolgʻon, chunki $-3 < -1$ shart – rost, $9 < 8$ yolgʻon.

Ekvivalensiya.

Taʼrif. A va B mulohazalar bir vaqtda rost yoki bir vaqtda yolgʻon boʻlganda rost boʻladigan mulohaza A va B mulohazalarning ekvivalensiyasi deyiladi, $A \Leftrightarrow B$ koʻrinishda belgilanadi.

Bu yerdagi $A \Leftrightarrow B$ yozuv “ A faqat va faqat, qachonki B ”, yoki “ A ekvivalent B ”, yoki “ B uchun A zarur va yetarli” deb oʻqiladi. Ekvivalensiyaning rostlik jadvali quyidagicha boʻladi:

A	B	$A \Leftrightarrow B$
R(1)	R(1)	R(1)
R(1)	Yo(0)	Yo(0)
Yo(0)	R(1)	Yo(0)
Yo(0)	Yo(0)	R(1)

Masalan, A : “972 soni 9 ga karrali”, B : “972 soni raqamlarining yigʻindisi 9 ga karrali” mulohazalari berilgan boʻlsin. U

holda A va B mulohazalarning ekvivalensiyasi quyidagicha bo`ladi. “972 soni 9 ga karrali bo`ladi, faqat va faqat shu holda, qachonki bu son raqamlarining yig`indisi 9 ga karrali bo`lsa. Bu ekvivalensiya rost.

Matematik mulohazalarni yuqoridagi belgilar yordamida ifoda etishga doir misollar keltiramiz:

1-misol. Agar $a > b$ va $b > c$ bo`lsa, $a > c$ bo`ladi.
 $(a > b) \wedge (b > c) \Rightarrow (a > c)$.

2-misol. $a > b$ bo`lsa, $a + c > b + c$ bo`ladi. $(a > b) \Rightarrow (a + c > b + c)$.

3-misol. $a = 0$ yoki $b = 0$ bo`lsa, $ab = 0$ bo`ladi va aksincha, $ab = 0$

bo`lsa, $a = 0$ yoki $b = 0$ bo`ladi. $(ab = 0) \Leftrightarrow ((a = 0) \vee (b = 0))$.

4-misol. $a > 0$ va $b > 0$ bo`lsa, $ab > 0$ bo`ladi.
 $(a > 0) \wedge (b > 0) \Rightarrow (ab > 0)$

5-misol. Ixtiyoriy x haqiqiy son uchun $|x| \geq x$. $\forall x \in R : |x| \geq x$.

6-misol. Ixtiyoriy $a \geq 0$ son uchun, shunday $x \in R$ son mavjudki, $x^2 = a$ bo`ladi, ya`ni $\forall a \geq 0, \exists x \in R : x^2 = a$.

Mavzu yuzasidan savol va topshiriqlar:

1. Mulohaza nima?
2. Har qanday o`tgan zamon darak gapi mulohaza bo`la oladimi?
Kelasi zamon darak gaplari-chi?
3. Mulohazalar kon'yunksiyasi nima? Qanday o`qiladi? Rost kon'yunksiyaga, yolg`on kon'yunksiyaga misollar keltiring.
4. Mulohazalar diz'yunksiyasi nima? Qanday o`qiladi? Rost diz'yunksiyaga, yolg`on diz'yunksiyaga misollar keltiring.
5. Mulohazalar implikasiyasi nima? Qanday o`qiladi? Misollar keltiring.
6. Mulohazalar ekvivalensiyasi nima? Qanday o`qiladi? Misollar keltiring.
7. Mulohaza inkori nima? Qanday o`qiladi? Misollar keltiring.
8. Mantiqiy amallarning bajarilish tartibini ayting.
9. Rostlik jadvali nima?