Mulohaza va predikatlar. Mulohaza va predikatning inkori.

Reja:

1. **Mulohaza va uning qiymati**.
2. **Predikatlar va ular ustida amallar**
3. **Mulohaza va predikatning inkori.**

Mulohaza va uning qiymati. Matematik mantiqning boshlang`ich tushunchalaridan biri mulohaza tushunchasidir. “Mulohaza” deganda biz rost yoki yolg`onligi haqida fikr yuritishi mumkin bo`lgan darak gapni tushunamiz. Har qanday mulohaza yo rost yoki yolg`on bo`ladi. Hech bir mulohaza bir vaqtning o`zida ham rost ham yolg`on bo`la olmaydi. Masalan, “$5>3$”, “$2\cdot 2=5$”, “5 son tub son”, “1 son tub son”, “o`g`lining yoshi otasining yoshidan katta” mulohazalarining birinchisi – rost, ikkinchisi yolg`on, uchinchisi – rost, 4 chi va 5 chilari esa yolg`on mulohazalardir.

So`roq va undov gaplar mulohaza bo`la olmaydi. Ta’riflar ham mulohaza bo`la olmaydi. Masalan, “2 songa bo`linuvchi son juft son deyiladi” degan ta’rif mulohaza bo`la olmaydi. Ammo “agar butun son 2 ga bo`linsa, u holda bu son juft son bo`ladi” degan darak gap mulohaza bo`ladi. Bu mulohaza – rost.

Mulohazaning qiymati deganda biz uning rost yoki yolg`onligini tushunamiz. Mulohazalar odatda lotin alifbosining bosh harflari (*A, B, C, ....X,Y, Z)* bilan, ularning qiymatlari (“rost”, “yolg`on”)ni *R* va *Y*o harflari bilan belgilaymiz. Bu yerda *R* – rost, *Yo* – yolg`on. Shuningdek, ularni raqamlar bilan ham belgilash kiritilgan bo`lib, rost mulohaza 1, yolg`on mulohaza esa 0 bilan belgilanadi.

Qismlarga ajratilmaydigan mulohazalar elementar mulohazalar deb aytiladi. Elementar mulohazalar yordamida undan murakkabroq mulohazalarni tuzish mumkin.

Agar mulohazalar o`rtasiga mantiq amallaridan qo`ysak, yangi mulohaza hosil bo`lib, bunday mulohazaga qo`shma mulohaza deyiladi. Mulohazalar algebrasida rost yoki yolg`on tushunchalari asosiy tushunchalardan hisoblanadi. Qo`hma mulohazaning rost yoki yolg’on ekanligini ta’rifdan kelib chiqqan holda jadval asosida ko`rish birmuncha qulaylik tug`diradi. Bunday jadvalga rostlik jadvali ham deyiladi.

Quyida biz berilgan mulohazalardan mantiq amallari deb ataladigan amallar yordamida boshqa mulohazalar hosil qilish usullarini ko`rib chiqamiz.

Predikatlar va ular ustida amallar. **Predikatlar haqida tushuncha.** Mulohazalar algebrasi fan va amaliyotning murakkab mantiqiy xulosalarini chiqarish uchun yetarli bo`lmaydi. Bunday murakkab mantiqiy xulosalarini chiqarishda mulohazalar algebrasini ham o`z ichiga oluvchi predikatlar algebrasi muhim o`rin tutadi.

Biz soroq va his-hayajon gaplar mulohaza bo`lmasligini bilamiz, xuddi shu qatorda noma’lum qatnashgan gaplar ham mulohazaga kirmaydi. Bunday gaplar predikatlar deb ataladi. Shu o`rinda predikatlar mulohazaga aylanadimi, degan savol tug`ilishi tabiiy. Biz quyida ana shu masalani ko`rib o`tamiz.

Ayrim darak gaplarda o`zgaruvchilar qatnashib, shu o`zgaruvchilar o`rniga aniq (tegishli) qiymatlarni qo`ysak, mulohaza hosil bo`ladi.

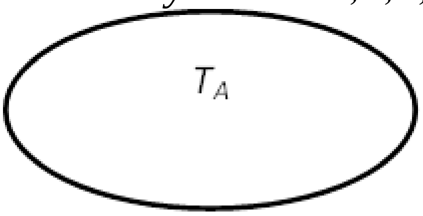
1-Ta’rif. O`zgaruvchi qatnashgan va shu o`zgaruvchining o`rniga qiymatlar qo`yilganda rost yoki yolg`on mulohazaga aylanadigan darak gap predikat deyiladi.

Masalan, “Bu yozuvchi Angliyada ijod qilgan” va “U Angliyada ijod qilgan” darak gaplarida o`zgaruvchi “Bu yozuvchi” so‘z birikmasi yoki “u” olmoshning o`rniga “Shekspir” qiymatni qo`ysak, “Shekspir Angliyada ijod qilgan” rost mulohazani, “Gyugo” qiymatni qo`ysak “Gyugo Angliyada ijod qilgan” yolg`on mulohazani hosil qilamiz.

Xuddi matematikadagidek, *x* orqali o`zgaruvchini belgilasak yuqoridagi darak gaplarni “*x* yozuvchi Angliyada ijod qilgan” deb yozish mumkin.

Predikatlar tarkibida bir yoki bir nechta o`zgaruvchi qatnashishi mumkin, qatnashgan o`zgaruvchilar soniga qarab predikat bir o`rinli, ikki o`rinli va hokazo bo`ladi va $P(x),\ P(x,y), P(x,y,z), \ldots$ kabi belgilanadi.

2-Ta’rif. Predikat tarkibiga kirgan o`zgaruvchi qabul qilishi mumkin bo`lgan barcha qiymatlar to`plami ***predikatning aniqlanish sohasi*** *deyiladi* va *X,Y,Z,…* kabi belgilanadi.



3-Ta’rif. O`zgaruvchi o`rniga qo`yilganda predikatni rost mulohazaga aylantiruvchi qiymatlar ***predikatning rostlik to`plami*** *deyiladi* va T_A ko`rinishda belgilanadi (rasm).

Ta’rifga ko`ra istalgan tenglama yoki tengsizlik predikat bo`ladi.

Masalan, 1) *A(x)*: “*x* shahar – O`zbekiston Respublikasining poytaxti”. Bunda *X*={Toshkent, Samarqand, Xiva, Dushanbe, Buxoro, Moskva,…} bo`lib, T_A = {Toshkent} bo`ladi.

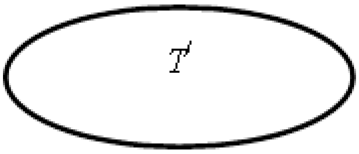
2) *B(x)*:“$4 \leq x < 11$”, $x \in N$. $X=N$ bo`lib, $T_B$ = {4; 5; 6; 7; 8; 9; 10} bo`ladi.

3) *D(y)*:“*y* – 12 sonning bo`luvchisi” bo`lsa, $Y=N$ bo’lib, T_D={1; 2; 3; 4; 6; 12}bo`ladi.

Predikatlar ustida amallar.

Biz asosan bir o`rinli predikatlar bilan to`liqroq tanishib chiqamiz. Predikatlar ustida ham mulohazalar ustida bajarilgan $\neg$, $\wedge$, $\vee$, $\Rightarrow$, $\Leftrightarrow$ amallari kiritilgan.

Predikat inkori. Aytaylik, *X* to`plamda *A(x)* predikat berilgan bo`lsin.



4-Tarif. *A(x)* rost bo`lganda yolg`on, yolg`on bo`lganda rost bo`ladigan $\overline{A(x)}$predikat *A(x)*ning *inkori* deyiladi.

A(x) ning rostlik to`plami *T* bo`lsa,

$\overline{A(x)}$ning rostlik to`plami $T'$ bo`ladi (rasm).

Masalan, 1) $X=\{\forall x \in N, x<10\}$ to`plamda *A(x)*:”*x*-tub son” predikati berilgan bo`lsa, T_A = {2; 3; 5; 7} bo`ladi. $\overline{A(x)}$: ” *x*- tub son emas” da esa $T'_A$ = {1; 4; 6; 8; 9}bo`ladi.

2) *X*-hafta kunlari to`plamda *A(x)*:”*x*-haftaning juft kuni” predikati berilgan bo`lsa, *T*={seshanba, payshanba, shanba}, T'_A={yakshanba, dushanba, chorshanba, juma} bo`ladi.

Predikatlar kon’yunksiyasi.

Aytaylik, *X* to`plamda *A(x)* va *B(x)* predikatlar berilgan bo`lsin.

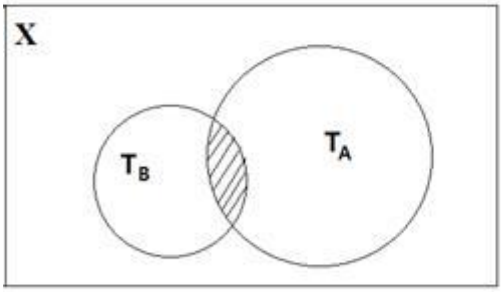
5-Tarif. *A*(x) va *B*(x) predikatlarning har ikkalasi rost bo`lganda rost, qolgan hollarda yolg`on bo`ladigan predikatga ularning kon’yunksiyasi deyiladi.

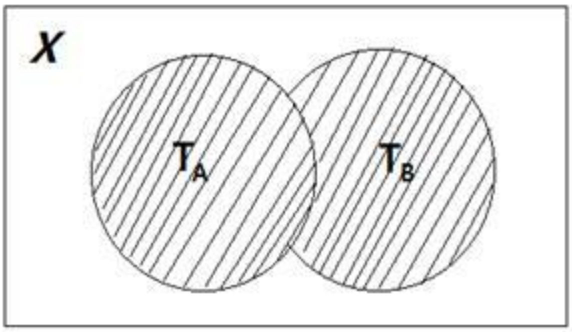
Predikatlar kon’unksiyasi $A(x) \wedge B(x)$ yoki *A(x)*&*B(x)* ko`rinishda belgilanib, ”*A(x)* va *B(x)*” deb o`qiladi.Agar *A(x)* predikatning rostlik to`plamini $T_A$, *B(x)* predikatning rostlik to`plamini T_B *va* $A(x) \wedge B(x)$ning rostlik to`plamini *T* desak u holda $T=T_A \cap T_B$ bo`ladi. Buni Eyler-Venn diagrammalarida tasvirlasak, undagi shtrixlangan sohadan iborat bo`ladi.

Masalan, $X=\{\forall x \in N, x<10\}$ to`plamda $A(x)$:"$x$-tub son" va $B(x)$:"$x$-toq son" predikatlari berilgan bo`lsa, ularning kon'yunksiyasi
$T_A = \{2; 3; 5; 7\}$ va $T_B = \{1; 3; 5; 7; 9\}$, u holda $T=T_A \wedge T_B = \{3; 5; 7\}$ ga teng bo`ladi.

Predikatlar diz'yunksiyasi.

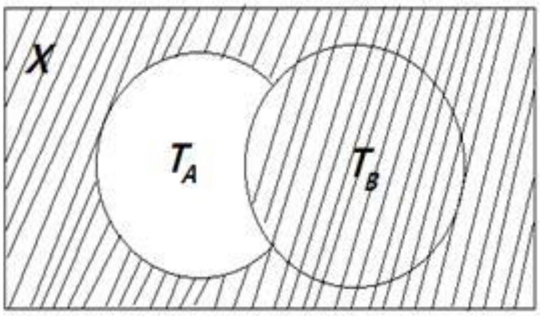
6-Tarif. $A(x)$ va $B(x)$ predikatlarning har ikkalasi yolg`on bo`lganda yolg`on, qolgan hollarda rost bo`ladigan predikatga ularning diz'yunksiyasi deyiladi.





Predikatlar diz'unksiyasi $A(x) \vee B(x)$ ko`rinishda belgilanib, "$A(x)$ yoki $B(x)$" deb o`qiladi.

$A(x)$ predikatning rostlik to`plamini $T_A$, $B(x)$ predikatning rostlik to`plamini T_B *va* $A(x) \vee B(x)$ning rostlik to`plamini $T$ desak u holda $T=T_A \cup T_B$ bo'ladi. Buni Eyler-Venn diagrammalarida tasvirlasak, undagi shtrixlangan sohadan iborat bo`ladi.



Masalan, $X=\{\forall x \in N, x \le 15\}$ to`plamda $A(x)$: $\{3 \le x < 13\}$ va $B(x)$:" $x$ soni 12 ning bo`luvchisi" predikatlari berilgan bo`lsa, ularning diz'yunksiyasi

$T_A = \{3; 4; 5; 6; 7; 8; 9;10; 11; 12\}$ va $T_B = \{1; 2; 3; 4; 6; 12\}$, u holda $T=T_A \vee T_B = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9;10; 11; 12\}$ga teng bo`ladi.

Predikatlar implikatsiyasi.

7-Tarif. $A(x)$ predikat rost, $B(x)$ predikat yolg`on bo`lganda yolg`on, qolgan hollarda rost bo`ladigan mulohaza shu predikatlarning implikatsiyasi deyiladi.

Predikatlar implikatsiyasi $A(x)\Rightarrow B(x)$ ko`rinishda belgilanib, "$A(x)$ predikatdan $B(x)$ predikat kelib chiqadi" deb o`qiladi. Bunda $B(x)$ predikat $A(x)$ predikat uchun *zaruriy shart*, $A(x)$ predikat $B(x)$ predikat uchun *yetarli shart* deyiladi.

$A(x)$ predikatning rostlik to`plamini $T_A$, $B(x)$ predikatning rostlik to`plamini T_B *va* $A(x)\Rightarrow B(x)$ ning rostlik to`plamini $T$ desak, u holda $T=T'_A\cup T_B$ bo'ladi. Uni Eyler-Venn diagrammalarida tasvirlasak, undagi shtrixlangan sohadan iborat bo`ladi.

Masalan, $X=\{\ \forall x \in N,\ 6\le x\le 15\ \}$ to`plamda $A(x)$: "$x$ - tub son" va $B(x)$: " $x$ - toq son" predikatlari berilgan bo`lsa, ularning implikatsiyasi

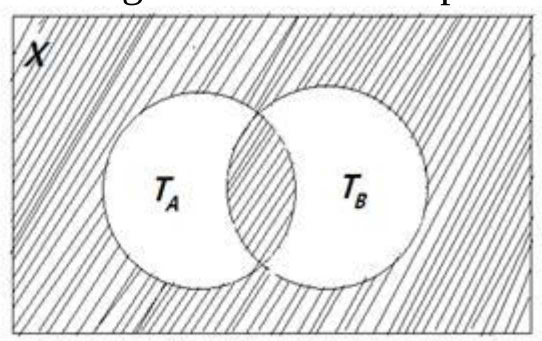
$T_A = \{7; 11; 13\}$ va

$T_B = \{7; 9; 11; 13; 15\}$,

$T'_A = \{6; 8; 9; 10; 12; 14; 15\}$, u holda $T=T'_A\cup T_B = \{6; 7; 8; 9; 10; 11; 12; 13; 14; 15\}$ga teng bo`ladi.

Predikatlar ekvivalensiyasi.

8-Tarif. $A(x)$ va $B(x)$ predikatlarning har ikkalasi rost bo`lganda hamda har ikkalasi yolg`on bo`lganda rost, qolgan hollarda yolg`on bo`ladigan mulohaza shu predikatlarning ekvivalensiyasi deyiladi.



Predikatlar ekvivalensiyasi $A(x)\Leftrightarrow B(x)$ ko`rinishda belgilanib, "$A(x)$ bilan $B(x)$ teng kuchli" deb o`qiladi. Bunda $B(x)$ va $A(x)$ predikatlarning har biri ikkinchisi uchun *zaruriy va yetarli shart* hisoblanadi. $A(x)\Leftrightarrow B(x)$ ning rostlik to`plamini $T$ desak, u $A(x)$ va $B(x)$ predikatlarning har ikkalasi bir vaqtda rost va har ikkalasi bir vaqtda yolg`on bo`ladigan mulohazalarning rostlik qiymatlari to`plamidan iborat bo`ladi.

Demak, $A(x)$ va $B(x)$ predikatlarning har ikkalasi bir vaqtda rost bo`lgan holdagi rostlik to`plami $T_A\cap T_B$, har ikkalasi bir vaqtda yolg`on bo`lgan holda rostlik to`plami $T_A\cup T_B$ bo`ladi. Bundan $T=(T_A\cap T_B)\cup(T'_A\cap T'_B)$ bo`lishi kelib chiqadi. Uni Eyler-Venn diagrammalarida tasvirlasak, undagi shtrixlangan sohadan iborat bo`ladi.

Masalan, $X=\{\forall x \in N, x \leq 16\}$ to`plamda $A(x)$: ”$x$ son 3 ga karrali” va $B(x)$:”$x$ soni 12 ning bo`luvchisi” predikatlari berilgan bo`lsa, ularning ekvivalensiyasi $T_A=\{3; 6; 9; 12; 15\}$ va $T_B = \{1; 2; 3; 4; 6; 12\}$, u holda

$T=(T_A \cap T_B) \cup (T'_A \cap T'_B) =\{3; 6; 12\} \cup \{5; 7; 8; 10; 11\} = \{3; 5; 6; 7; 8; 10; 11\}$ga teng bo`ladi.